

$$\frac{1}{2} \int_{\tau} \frac{dQ(t; \beta)}{d\beta_{\nu}} S^*(t; \beta) dt = 0. \quad (19)$$

Подставляя (18) в (19) и используя (5), получаем, что  $K_{\beta_{\nu}} = \langle \varphi_{\nu}(\Omega) \rangle$ .

Следовательно, выбирая базисные функции разложения специальным образом, можно избавиться от корреляции измеряемых параметров с энергетическим параметром  $\beta_0$ .

В заключение, в качестве примера, оценим потенциальную точность совместного измерения структурных параметров  $\beta_0, \beta_2, \beta_4$ . В этом случае «корреляционную» матрицу базисных функций  $\varphi_0(\Omega), \varphi_1(\Omega)$  и  $\varphi_4(\Omega)$  с учетом, что  $\varphi_0(\Omega) = 1$ , можно представить в виде

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \langle \varphi_2(\Omega) \rangle & \langle \varphi_4(\Omega) \rangle \\ \langle \varphi_2(\Omega) \rangle & \langle \varphi_2(\Omega) \rangle^2 & \langle \varphi_2(\Omega) \varphi_4(\Omega) \rangle \\ \langle \varphi_4(\Omega) \rangle & \langle \varphi_2(\Omega) \varphi_4(\Omega) \rangle & \langle \varphi_4(\Omega) \rangle^2 \end{bmatrix}.$$

Укажем, что

$$\langle \eta_{\nu}(\Omega) \eta_{\mu}(\Omega) \rangle = (\langle \varphi_{\nu}(\Omega) \varphi_{\mu}(\Omega) \rangle - (\langle \varphi_{\nu}(\Omega) \rangle \langle \varphi_{\mu}(\Omega) \rangle)),$$

а

$$\langle \eta_{\nu}(\Omega) \rangle^2 = \langle \varphi_{\nu}^2(\Omega) \rangle - \langle \varphi_{\nu}(\Omega) \rangle^2.$$

Тогда, используя выражение (12), определяем дисперсии эффективных оценок измеряемых параметров:

$$\sigma^2(\beta_2) = \frac{1}{q^2} \frac{1}{\langle \eta_2^2(\Omega) \rangle (1 - \rho_{24}^2)},$$

$$\sigma^2(\beta_4) = \frac{1}{q^2} \frac{1}{\langle \eta_4^2(\Omega) \rangle (1 - \rho_{24}^2)},$$

$$\text{где } \rho_{24}^2 = \frac{\langle \eta_2(\Omega) \eta_4(\Omega) \rangle^2}{\langle \eta_2^2(\Omega) \rangle \langle \eta_4^2(\Omega) \rangle}.$$

Таким образом, полученные в ходе решения рассматриваемой задачи результаты показывают, что: точность измерения структурных параметров принимаемых сигналов при заданном отношении сигнал—шум определяется степенью корреляции базисных функций разложения, в частности, ошибки измерения параметров амплитудно-частотного спектра сигнала возрастают с увеличением корреляции функций разложения; с целью исключения влияния неинформативных параметров на точность

измерения информативных параметров целесообразно использовать системы ортогональных функций, обеспечивающие декорреляцию результатов измерения. При использовании произвольной системы базисных функций, например, комплексной огибающей самого сигнала, необходимо осуществить преобразование так, чтобы коэффициенты при них были некоррелированы.

Предложенная методика может быть использована при оценке потенциальной точности измерения параметров фазочастотного спектра принимаемого сигнала, а также их совместного измерения с параметрами амплитудно-частотного спектра.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Селекция и распознавание на основе локационной информации / А. Л. Горелик, Ю. А. Барабаш, О. В. Кривошеев, С. С. Эпштейн. Под ред. А. Л. Горелика. — М.: Радио и связь, 1990. — 240 с.
2. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986. — 264 с.
3. Вологовская Н. К. Потенциальная точность измерения параметров, характеризующих структуру объектов сложной геометрической формы // Радиотехника и электроника. — 1974. — № 2. — С. 274—281.
4. Кривелев А. П., Чепкий В. В. Измерение структурных параметров сигналов, принимаемых от распознаваемых целей // Радиоэлектроника. — 1993. — № 8. — С. 11—19. (Изв. высш. учеб. заведений).
5. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. — М.: Наука, 1988. — 552 с.

г. Одесса.

Поступила в редакцию 31.07.95.

УДК 621.396.967

СЛЮСАР В. И.

#### СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ ИЗМЕРЕНИЯ ДАЛЬНОСТИ М ИСТОЧНИКОВ ПРИ ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ СТРОБИРОВАНИИ ОТСЧЕТОВ АЦП

Приведены оптимальные в смысле метода максимального правдоподобия процедуры сверхрешеевского разрешения  $M$  источников по дальности, базирующиеся на дополнительном стробировании отсчетов АЦП путем их согласованного суммирования в фиксированных, не перекрывающихся интервалах времени.

Одним из направлений совершенствования цифровой обработки сигналов является переход к их аналого-цифровому преобразованию на более ранней стадии, с максимально высокой частотой дискретизации. Возникающая при этом проблема согласования темпов поступления информации с производительностью вычислительных устройств, может быть решена на основе дополнительного стробирования отсчетов АЦП путем так называемого частичного суммирования [1] или накопления со

сбросом [2]. Суть его, вкратце, сводится к тому, что по серии отсчетов АЦП формируется один суммарный отсчет, жестко привязанный во времени к сетке импульсов такта АЦП. Такого рода обработка позволяет осуществить прореживание информации без энергетических потерь, декоррелировать сигналы за счет перехода к их укрупненному представлению, а также реализовать процедуры сверхрэлевого разрешения источников по дальности. Синтез соответствующих алгоритмов измерения и является целью настоящей статьи.

Для упрощения выкладок будем ориентироваться на обработку радиоимпульсов одинаковой длительности с немодулированной несущей, произвольной, но известной огибающей и заданной частотой заполнения. При этом будем полагать, что по вещественным сигналам после АЦП формируются комплексные отсчеты напряжений сигнальной смеси  $U_s$  путем скользящего во времени дискретного преобразования Гильберта. Последующее суммирование со сбросом  $N$  таких отсчетов, в отличие от [1, 2], предлагается выполнять согласно выражению:

$$U_t^c = \sum_{s=1}^N (U_s^c \cos P_s + U_s^s \sin P_s), \quad U_t^s = \sum_{s=1}^N (U_s^s \cos P_s - U_s^c \sin P_s),$$

где  $P_s = \omega \Delta t \cdot (s - 1)$ ,  $U_s^c = \text{Re} \{ \dot{U}_s \}$ ,  $U_s^s = \text{Im} \{ \dot{U}_s \}$ ,  $s$  — порядковый номер комплексного отсчета;  $\omega$  — частота заполнения радиоимпульса;  $\Delta t$  — период дискретизации сигнала, причем

$$\omega \Delta t \cdot N = k \cdot 2 \cdot \pi, \quad k = 1, 2, \dots$$

В случае превышения длительностью сигнала временной протяженности  $N$  интервала накопления (строба) такой прием сопровождается формированием по совокупности  $M$  импульсов набора напряжений:

$$\dot{U}_t = \sum_{m=1}^M \dot{a}_m \cdot S_t(z_m) + \dot{n}_t,$$

где  $\dot{U}_t = U_t^c + j \cdot U_t^s$  — комплексное напряжение сигнальной смеси в  $t$ -м суммарном отсчете (в  $t$ -м стробе);  $\dot{a}_m = a_m^c + j \cdot a_m^s$  — комплексная амплитуда  $m$ -го сигнала;  $M$  — количество разрешаемых импульсов;

$$S_t(z_m) = \begin{cases} \sum_{s=0}^{z_m-1} K_m(S) & \text{при } t = t_{nm} \\ z_m + N \cdot (t - t_{nm}) - 1 \\ \sum_{s=0}^{z_m-1} K_m(S) & \text{при } t_{nm} < t \leq t_{km} \\ S = z_m + N \cdot (t - 1 - t_{nm}) \\ 0 & \text{при } t < t_{nm} \text{ и } t > t_{km} \end{cases} \quad (1)$$

$t_{nm}$  — номер первого из стробов, в которых существует  $m$ -й сигнал;  $z_m$  — неизвестное смещение  $m$ -го импульса в отсчетах АЦП относительно начала строба с номером  $t = t_{nm} + 1$ ;  $N$  — длительность строба в отсчетах АЦП;  $t_{km}$  — номер последнего из стробов, в которых существует  $m$ -й импульс;  $K_m(S)$  — нормированная к своему максимуму дискретная огибающая  $m$ -го импульса;  $\dot{n}_t$  — комплексное значение шума.

Полагая, что квадратурные составляющие шумов распределены по нормальному закону, некоррелированы и имеют одинаковую неизменную во времени дисперсию, воспользуемся для синтеза измерительной процедуры методом максимального правдоподобия. При этом с точностью до постоянного множителя  $C$  для совокупности  $T$  суммарных отсчетов стробов, в которых присутствует напряжение хотя бы одного импульса, запишем классическую функцию правдоподобия:

$$L = C \exp \left( - \frac{F}{2\sigma^2} \right), \quad (2)$$

где

$$F = \sum_{t=1}^T \left[ \left\{ U_t^c - \sum_{m=1}^M a_m^c \cdot S_t(z_m) \right\}^2 + \left\{ U_t^s - \sum_{m=1}^M a_m^s \cdot S_t(z_m) \right\}^2 \right], \quad (3)$$

$\sigma^2$  — дисперсия суммарного шума в квадратурной составляющей отклика строба.

В силу однозначного соответствия между  $U_t^{c(s)}$ ,  $a_m^{c(s)}$  и  $z_m$ , искомые оценки дальностей могут быть определены минимизацией (3). Условие успешного решения данной задачи сводится к тому, чтобы число стробов  $T$  и количество источников  $M$  удовлетворяло ограничению  $2T \geq 3M$ . Для измерения неизвестных времен задержки сигналов  $z_m$  по аналогии с [3] перейдем к модифицированному варианту функции правдоподобия (2), из которого исключены неизвестные квадратурные составляющие амплитуд сигналов. С этой целью определим оценки квадратурных составляющих амплитуд, решив систему уравнений правдоподобия. После дифференцирования (3) по  $a_n^c$  и  $a_n^s$  и преобразований, обозначив

$$W_n = \sum_{t=t_{nm}}^{t_{kn}} \dot{U}_t \cdot S_t(z_n),$$

несложно найти искомые оценки амплитудных составляющих по правилу Крамера для нормальных систем уравнений:

$$a_m^{c(s)} = \det D_{Mm}^{c(s)} / \det D_M, \quad (4)$$

где  $\det D_M$  — симметричный определитель, на главной диагонали которого

расположены элементы  $\sum_{t=t_{nn}}^{t_{km}} S_t^2(z_m)$ , а вне ее — суммы

$$\sum_{t=t_{nn}}^{t_{km}} S_t(z_m) S_t(z_n).$$

Определители  $\det D_{Mm}^c$  и  $\det D_{Mm}^s$  сформированы из  $\det D_M$  заменой  $m$ -го столбца вектором свободных членов  $[W_1^c, \dots, W_M^c]^T$  или

$[W_1^s, \dots, W_M^s]^T$  соответственно.

Руководствуясь [4], минимизацию показателя степени  $F$  функции правдоподобия (2) заменим информационно-эквивалентной процедурой поиска максимума суммы перекрестных произведений слагаемых, образующих возводимые в квадрат невязки и, подставив оценки амплитуд сигналов (4), получаем

$$F_M = \sum_{m=1}^M \left\{ \frac{\det D_{Mm}^c}{\det D_M} \cdot W_m^c + \frac{\det D_{Mm}^s}{\det D_M} \cdot W_m^s \right\} = - \frac{\det \tilde{D}_{Mm}}{\det D_M}, \quad (5)$$

где

$$\det \tilde{D}_{Mm} = \begin{vmatrix} 0 & \dot{W}_1^* & \dots & \dot{W}_M^* \\ \dot{W}_1 & & & \\ \dots & & \det D_M & \\ \dot{W}_M & & & \end{vmatrix},$$

$\dot{W}_n^*$  — комплексно сопряжена с  $\dot{W}_n$ .

Таким образом, задача измерения дальности свелась к поиску максимума функции (5) на множестве допустимых значений относительного времени задержки сигналов  $z_m$ , их количества  $M$  и взаимного расположения сигналов во времени. От последнего зависит структура определителя  $\det D_M$ , в котором при отсутствии наложения  $m$ -го и  $n$ -го импульсов элементы вне главной диагонали обнуляются. Заметим, что априори информация о наличии перекрытия тех или иных эхосигналов отсутствует, вследствие чего для любого предполагаемого количества источников  $M$  приходится перебирать возможные варианты  $\det D_M$ : от чисто диагонального, с обнулением всех элементов вне главной диагонали, до полностью

свободного от нулевых компонент. Очевидно, что случай, когда все элементы вне главной диагонали равны нулю, соответствует задаче обычно-го, рэлеевского разрешения целей по дальности. Что касается окончательного выбора конкретной схемы компоновки  $\det D_M$ , то в качестве наиболее правдоподобного варианта определителя выбирается тот, при котором функция  $F_M$  (5) принимает наибольшее значение.

Существенно, что все компоненты  $\det D_M$  доступны предварительному расчету и в последующем могут лишь извлекаться из ПЗУ.

Рассмотренный подход несложно обобщить также на случай совпадения длительности импульса с временной протяженностью интервала частичного суммирования. Однако при этом сверхразрешение  $M$  источников по дальности без привлечения дополнительной информации об их параметрах возможно только в ситуациях, когда строб окончания одного из импульсов является одновременно стробом начала следующего. При такой схеме наложения эхосигналов суммы вне главной диагонали в  $\det D_M$  обнуляются для всех  $m - n \geq 2$ .

Аналогичные дальномерные процедуры синтезированы автором для вещественных видеосигналов, комплексных радиоимпульсов с произвольным, но известным законом модуляции параметров несущей.

В силу новизны полученных результатов представляет интерес оценка точностных свойств синтезированных измерительных процедур. Ограничимся нахождением нижней границы Крамера—Рао для дисперсии несмещенной оценки дальности. Прибегнув к матричной форме записи логарифмического эквивалента функционала правдоподобия, перейдем к следующему варианту выражения (2):

$$L = \text{tr} \{ [U - S(Z)A]^* [U - S(Z)A] \}, \quad (6)$$

где знак \* означает комплексно-сопряженное транспонирование,  $U = [\dot{U}_1 \dot{U}_2 \dots \dot{U}_T]^T$  — вектор комплексных напряжений сигналов, соответствующих  $T$  стробам;  $A = [\dot{a}_1 \dot{a}_2 \dots \dot{a}_M]^T$  — вектор комплексных амплитуд сигналов  $M$  источников;  $S(Z) - T \times M$  — матрица, элементы которой определяются выражением (1).

Выполнив дифференцирование  $L$  как скалярной функции согласно [5] и используя далее процедуру матричного дифференцирования Нойдеккера [6], найдем математические ожидания вторых производных скаляра (6):

$$E \left\{ \frac{d^2 L}{dZ^2} \right\} = 2 \cdot [S'(Z)]^T \cdot (A A^* \otimes I_T) \cdot S'(Z),$$

$$E \left\{ \frac{d^2 L}{d A d Z} \right\} = 2 \cdot (A^* \otimes S^T(Z)) \cdot S'(Z),$$

$$E \left\{ \frac{d^2 L}{d A^2} \right\} = 2 \cdot S^T(Z) \cdot S(Z),$$

$$E \left\{ \frac{d^2 L}{d Z d A} \right\} = \left[ E \left\{ \frac{d^2 L}{d A d Z} \right\} \right]^* = 2 [S'(Z)]^T \cdot (A \otimes S(Z)), \quad (7)$$

где  $\otimes$  — знак прямого (кронекеровского) произведения матриц [6];  $S'(Z)$  — производная Нойдеккера матрицы  $S(Z)$  по вектору  $Z$ ;  $1_T$  — единичная матрица размерности  $T \times T$ .

С учетом выражений (7) нижнюю границу Крамера—Рао для дисперсии несмещенной оценки дальности можно получить, обращая информационную матрицу Фишера:

$$I = \frac{1}{\sigma^2} \cdot \begin{bmatrix} S^T(Z) \cdot S(Z) & (A^* \otimes S^T(Z)) \cdot S'(Z) \\ [S'(Z)]^T \cdot (A \otimes S(Z)) & [S'(Z)]^T \cdot (A A^* \otimes 1_T) \cdot S'(Z) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

При этом дисперсия вектора оценок времени прихода сигналов  $Z$  определится из вектора  $\text{diag}(I^{-1})$  после исключения дисперсий оценок амплитуд.

Завершая выкладки, остается привести конкретные значения блоков матрицы (8), используя для компактности записей в качестве пределов суммирования все  $T$  стробов:

$$\begin{bmatrix} \sum_{t=1}^T S_t^2(z_1) & \sum_{t=1}^T S_t(z_1) S_t(z_2) & \dots & \sum_{t=1}^T S_t(z_1) S_t(z_M) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sum_{t=1}^T S_t(z_M) S_t(z_1) & \sum_{t=1}^T S_t(z_M) S_t(z_2) & \dots & \sum_{t=1}^T S_t^2(z_M) \end{bmatrix},$$

$$(A^* \otimes S^T(Z)) \cdot S'(Z) =$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^T S_t(z_1) S_t'(z_1) & \dots & \sum_{t=1}^T S_t(z_1) S_t'(z_M) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \sum_{t=1}^T S_t(z_M) S_t'(z_1) & \dots & \sum_{t=1}^T S_t(z_M) S_t'(z_M) \end{bmatrix},$$

$$[S'(Z)]^T \cdot (A A^* \otimes 1_T) \cdot S'(Z) =$$

$$= \begin{bmatrix} a_1^2 \cdot \sum_{t=1}^T S_t'^2(z_1) & \dots & a_1 a_M^* \cdot \sum_{t=1}^T S_t'(z_1) S_t'(z_M) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ a_M a_1^* \cdot \sum_{t=1}^T S_t'(z_M) S_t'(z_1) & \dots & a_M^2 \cdot \sum_{t=1}^T S_t'^2(z_M) \end{bmatrix}.$$

Из приведенных соотношений следует, что в рассматриваемом случае точность измерения дальности каждого из  $M$  источников зависит от отношения сигнал-шум, а также довольно сложным образом — от глубины перекрытия сигналов, их смещения относительно сетки стробов, формы огибающей, временной протяженности интервала суммирования отсчетов АЦП и количества стробов, укладываемых в пределах длительности импульса. Важно подчеркнуть, что рассматриваемый подход инвариантен по точности оценивания к разности начальных фаз взаимодействующих сигналов.

Полученное выражение матрицы Фишера является довольно общим и справедливо не только для многосигнальной, но и односигнальной дальнометрии. В частности, в случае одиночного радиоимпульса, совпадающего по длительности с временной протяженностью строба, нижняя граница Крамера—Рао оценки смещения сигнала в отсчетах АЦП относительно начала второго из сигнальных стробов, примет вид:

$$\sigma_{z_1}^2 \geq \frac{\sigma^2}{a_1^2} \cdot \left\{ \sum_{t=1}^2 S_t'^2(z_1) - \frac{\left\{ \sum_{t=1}^2 S_t(z_1) S_t'(z_1) \right\}^2}{\sum_{t=1}^2 S_t^2(z_1)} \right\}^{-1}$$

или для прямоугольной огибающей и немодулированной несущей:

$$\sigma_{z_1}^2 \geq \frac{\sigma^2}{a_1^2} \cdot \frac{z_1^2 + (N - z_1)^2}{N^2}, \quad (9)$$

где  $\sigma^2$  — дисперсия суммарного шума в квадратурной составляющей отклика строга,  $N$  — длительность строга в отсчетах АЦП. Согласно выражению (9), наибольшая точность достигается при смещении прямоугольного радиоимпульса относительно стыка стробов наполовину его длительности. Очевидно также, что для принятой модели шумов увеличение временной протяженности строга в отсчетах АЦП приводит к ухудшению точности измерения дальности за счет роста дисперсии  $\sigma^2$ . Что касается более детального анализа точностных свойств для других ситуаций приема, то таковой заслуживает отдельного рассмотрения.

В заключение следует отметить, что при вещественной форме представления напряжений и неизвестной начальной фазе радиоимпульсов изложенный подход предполагает более сложные вычислительные затраты.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны / В. Н. Антипов, В. Т. Горяинов, А. Н. Кулин и др. Под ред. В. Т. Горяинова. — М.: Радио и связь, 1988.
2. Цифровые радиоприемные системы: Справочник / М. И. Жодзишский, Р. Б. Мазепа, Е. П. Овсянников и др. / Под ред. М. И. Жодзишского. — М.: Радио и связь, 1990. — С. 24—30.
3. Варюхин В. А., Покровский В. И., Сахно В. Ф. Модифицированная функция правдоподобия в задаче измерения угловых координат источников с помощью антенной решетки // ДАН СССР, 1983. — Т. 270. — № 5. — С. 1092—1094.
4. Тафтс Д. У., Кумаресан Р. Оценивание частот суммы нескольких синусоид: Модификация метода линейного предсказания, сравнимая по эффективности с методом максимального правдоподобия // ТИИЭР, 1982. — Т. 70. — № 9. — С. 78—94.
5. Бард И. Нелинейное оценивание параметров. — М.: Статистика, 1979.
6. Колло Тыну. Матричная производная для многомерной статистики. — Тарту, Тартуский университет, 1991.

г. Киев.

Поступила в редакцию 06.07.95.

## КРАТКИЕ НАУЧНЫЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 62-50

КОЛЯДА Ю. И., ЩЕРБАНЬ И. В.

### БЫСТРАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ ПОМЕХИ СО СЛУЧАЙНОЙ КУСОЧНО-ПОСТОЯННОЙ СТРУКТУРОЙ

Известны методы синтеза регуляторов, приспособляющихся к возмущениям, имеющим волновую структуру [1], а также методы синтеза фильтров для систем со случайной структурой [2], когда на интервалах постоянства структуры поведение помехи определяется изменением состояния формирующего фильтра. Для оценки состояния динамической системы в обоих случаях необходимо знать текущую модель помехи. Предлагалось [1] задавать модель помехи набором базисных функций со случайными кусочно-постоянными коэффициентами, вид и параметры которых априорно задаются на основе структурного анализа экспериментальных данных. Такой подход имеет слишком жесткие априорные ограничения и может потребовать высокого порядка модели помехи. Поэтому представляет интерес метод быстрой идентификации текущей структуры возмущения с минимальным запаздыванием по отношению к измеряемому сигналу.

Выходной сигнал дискретного высокоточного измерителя представим суммой

$$z_k = x_k + y_k = \sum_{i=1}^r c_i z_{k-i} = \sum_{i=1}^n a_i x_{k-i} + \sum_{i=1}^m b_i y_{k-i}, \quad (1)$$

где  $x_k$  — полезная составляющая модели с известными коэффициентами;  $a_i, y_k$  — волновая помеха с неизвестными кусочно-постоянными коэффициентами  $b_i$ .

Известен метод быстрой идентификации порядка и коэффициентов кусочно-стационарной модели измеряемого сигнала [3], для которого