

ния устройств, требующих как значительного расхождения, так и выравнивания значений постоянных распространения рабочих мод.

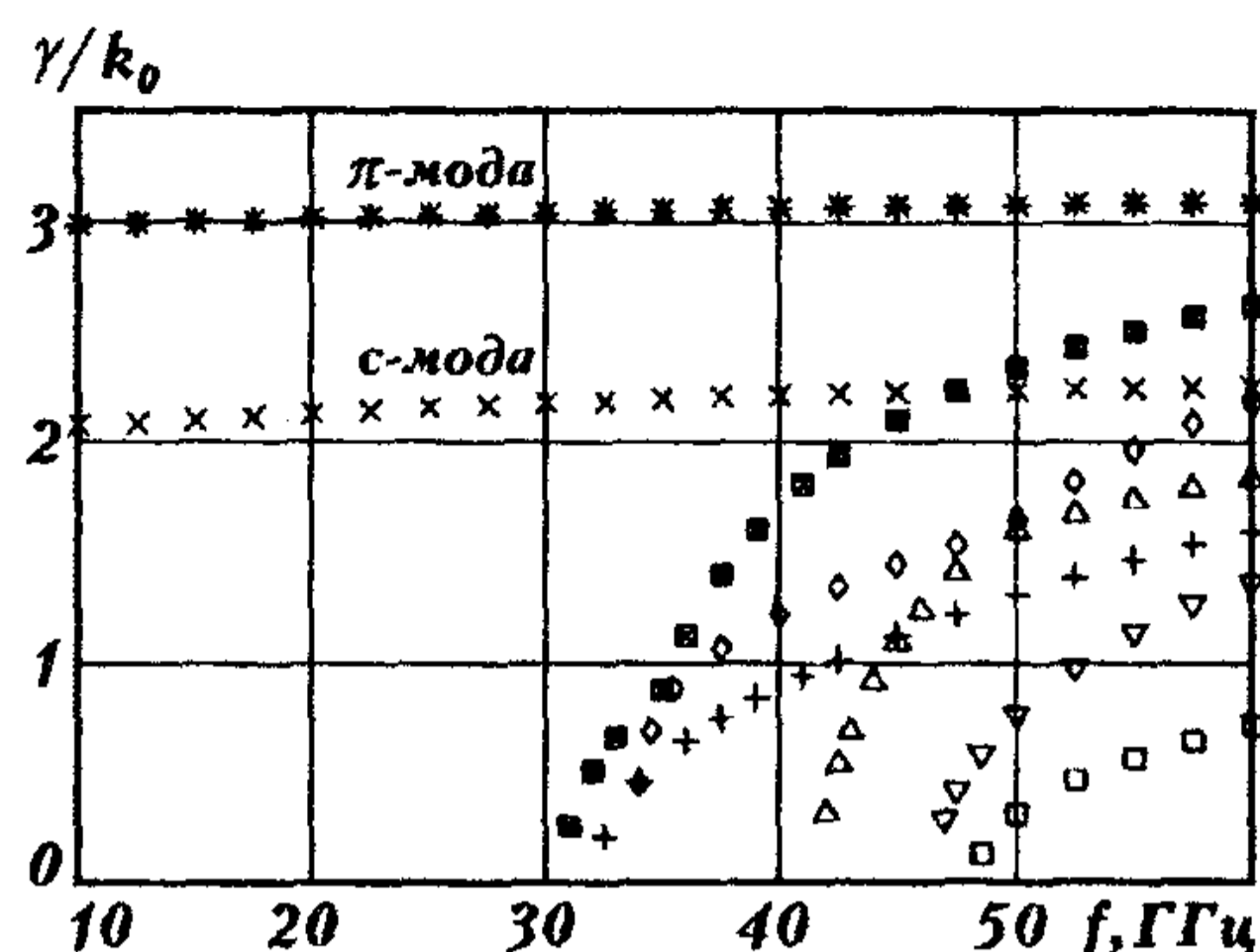


Рис. 5

Это существенно расширяет возможности применения данной волноведущей конфигурации при построении различных типов фильтров и направленных ответвителей (как противонаправленных, так и сонаправленных), по сравнению с традиционно применяемыми структурами на связанных микрополосковых линиях передачи.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Bhartia P., Pramanick P. Computer-aided design models for broadside-coupled striplines and millimeter-wave suspended substrate microstrip lines // IEEE Trans.— 1988.— Vol. MTT-36.— No. 11.— P. 1476—1481.
2. Kawano K. Hybrid mode analysis of a broadside-coupled microstrip line // IEE Proc. pt. H.— 1984.— Vol. 131.— No. 1.— P. 21—24.
3. Tran M., Nguyen C. Modified broadside-coupled microstrip lines suitable for MIC and MMIC applications and a new class of broadside-coupled band-pass filters // IEEE Trans.— 1993.— Vol. MTT-41.— No. 8.— P. 1336—1342.
4. Horno M., Marques R. Non-symmetrical broadside-coupled microstrips in multilayered anisotropic media // IEE Proc. pt. H.— 1987.— Vol. 134.— No. 4.— P. 400—402.
5. Petrushenko I. V., Yakovlev A. B., Gnilenko A. B. Method of partial overlapping regions for the analysis of diffraction problems // IEE Proc. pt. H.— 1994.— Vol. 141.— No. 3.— P. 196—198.
6. Tai C. T. Dyadic Green's functions in electromagnetic theory.— Scranton, PA: Intext Educational Publishers, 1971.— 242 p.
7. Allen J. L. Inhomogeneous coupled-line filters with large mode-velocity ratios // IEEE Trans.— 1974.— Vol. MTT-22.— No. 12.— P. 1182—1186.
8. Dally J. E. A strip-line directional coupler utilizing a non-homogeneous dielectric medium // IEEE Trans.— 1969.— Vol. MTT-17.— No. 9.— P. 706—712.

Днепропетровский госуниверситет.

Поступила в редакцию 16.07.96.

УДК 621.396.967

СЛОСАР В. И.

## ИНТЕРПРЕТАЦИЯ МЕТОДА ПРОНИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДАЛЬНОМЕРНЫХ ЗАДАЧ

Рассмотрены варианты сверхразрешения сигналов по времени задержки на основе метода Прони.

Математическая однородность задач спектрального оценивания и определения времени задержки сигналов создает предпосылки для применения единых методов измерения сигнальных параметров в рамках процедур угловой пеленгации, частотной селекции и дальнометрии. Целью настоящей статьи является обобщение известного в спектральном оценивании метода Прони [1] на случай сверхразрешения узкополосных видео- и радиоимпульсов по времени задержки.

Среди всех возможных моделей огибающей импульсов при этом интерес будут представлять только аналитические аппроксимации, допускающие в отсутствие шумов тождественную замену суммы напряжений  $M$  сигналов полиномом степени  $M$ .

В числе таковых следует, прежде всего, указать колокольную или гауссовскую огибающую, определяемую функцией вида  $\exp(-\beta^2 t^2)$ . Ориентируясь на измерение дальности непосредственно по отсчетам аналого-цифрового преобразователя (АЦП), можно пренебрегать недостаточной физичностью такой модели, проявляющейся в нефинитности ее как функции времени, поскольку оценка времени задержки может быть осуществлена по положению максимума сигнала. В случае видеоимпульсов указанная модель позволяет использовать для их сверхразрешения так называемый «исходный метод Прони» (ИМП) [1], осуществляющий подгонку  $M$  экспонент под  $2M$  отсчетов напряжений сигнальной смеси. Рассмотрим специфику его применения подробнее.

В качестве неизвестного времени задержки будем считать смещение  $d_m$  первого из  $2M$  отсчетов обрабатываемой цифровой выборки напряжений относительно максимума огибающей  $m$ -го импульса. Условимся, что на протяжении анализируемого интервала ( $2M$  отсчетов) присутствуют все  $M$  сигналов, и их энергетика существенно превышает дисперсию шумов.

Сделанные допущения позволяют при комплексном характере напряжений сигнальной смеси выразить  $2M$ -компонентный вектор отсчетов  $U$  в свободном от шумов виде:

$$U = S \cdot A, \quad (1)$$

где

$$S = \begin{bmatrix} g^{d_1^2} & g^{d_2^2} & \dots & g^{d_m^2} \\ g^{(d_1 - z_1)^2} & g^{(d_2 - z_1)^2} & \dots & g^{(d_m - z_1)^2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ g^{(d_1 - z_{2m-1})^2} & g^{(d_2 - z_{2m-1})^2} & \dots & g^{(d_m - z_{2m-1})^2} \end{bmatrix},$$

$$g = \exp(-\beta^2 \cdot \Delta t^2),$$

$A$  — вектор комплексных амплитуд  $\hat{a}_i$  сигналов,  $\Delta t$  — период дискретизации,  $z_{m-1}$  — интервал между  $m$ -м и  $m-1$ -м отсчетами в периодах дискретизации.

В отличие от экспонент в методе Прони [1], компоненты матрицы  $S$  содержат квадраты неизвестных параметров затухания, в роли которых выступают в данном случае времена задержки сигналов  $d_m$ . Поэтому матрицу  $S$  необходимо привести к каноническому для ИМПВ виду. С этой целью установим интервал между отсчетами измерительной выборки регулярным, т. е.  $z_m = (m-1)z_1$ , где  $z_1$  — временной интервал в периодах дискретизации между первым и вторым кодами напряжений, используемыми для оценки времени задержки сигнала,  $m$  — порядковый номер отсчета АЦП в измерительной выборке,  $z_m$  — удаление  $m$ -го отсчета от первого в выборке.

Введем понятие обобщенной по времени комплексной амплитуды  $m$ -го сигнала  $\tilde{a}_m = \hat{a}_m \exp(-\beta^2 \Delta t^2 d_m^2)$  и соответствующий ему вектор обобщенных амплитуд  $\tilde{A} = [\tilde{a}_1 \tilde{a}_2 \dots \tilde{a}_m]^T$ . Кроме того, раскроем квадраты в показателях степени элементов  $g$  матрицы  $S$ . В результате получим следующий эквивалент выражения (1):

$$U = \tilde{S} \cdot \tilde{A}, \quad (2)$$

где

$$\tilde{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \frac{y^{2d_2 z_1}}{y^{z_1^2}} & \frac{y^{2d_1 z_1}}{y^{z_1^2}} & \dots & \frac{y^{2d_m z_1}}{y^{z_1^2}} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{y^{2d_1(2m-1)z_1}}{y^{(m-1)z_1^2}} & \frac{y^{2d_2(2m-1)z_1}}{y^{(m-1)z_1^2}} & \dots & \frac{y^{2d_m(2m-1)z_1}}{y^{(m-1)z_1^2}} \end{bmatrix},$$

$$y = \exp(\beta^2 \Delta t^2).$$

Для исключения нормировки элементов матрицы  $\tilde{S}$  желательно перейти к взвешенному вектору отсчетов напряжений

$$\tilde{U} = [\dot{U}_1 \dot{U}_2 y^{z_1^2} \dots \dot{U}_{2m} y^{(2m-1)^2 z_1^2}]^T.$$

При этом окончательно будем иметь:

$$\tilde{U} = S_k \cdot \tilde{A}, \quad (3)$$

где  $S_k$  — каноническая матрица вещественных экспонент ИМПВ вида, элементы которой отличаются от элементов  $S$  единичными значениями знаменателей.

Опираясь на эту модель измерительной выборки, остается применить процедуру Прони для подгонки  $M$  вещественных экспонент к  $2M$  комплексным отсчетам данных. На первом ее этапе следует [1] определить  $M$ -компонентный вектор коэффициентов  $B$  полинома степени  $M$ , решив матричное уравнение:

$$C \cdot B = X, \quad (4)$$

где в данном случае

$$C = \begin{bmatrix} \dot{U}_m y^{(m-1)^2 z_1^2} & \dot{U}_{m-1} y^{(m-2)^2 z_1^2} & \dots & \dot{U}_1 \\ \dot{U}_{m+1} y^{m^2 z_1^2} & \dot{U}_m y^{(m-1)^2 z_1^2} & \dots & \dot{U}_2 y^{z_1^2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \dot{U}_{2m-1} y^{(2m-2)^2 z_1^2} & \dot{U}_{2m-2} y^{(2m-3)^2 z_1^2} & \dots & \dot{U}_m y^{(m-1)^2 z_1^2} \end{bmatrix},$$

$$X = - \left[ \dot{U}_{m+1} y^{m^2 z_1^2} \dot{U}_{m+2} y^{(m+1)^2 z_1^2} \dots \dot{U}_{2m} y^{(2m-1)^2 z_1^2} \right]^T.$$

$$B = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m]^T.$$

Матрица отсчетов в левой части уравнения (4) является треугольной, поэтому для его решения удобно воспользоваться быстрыми вычислительными алгоритмами [2].

Оценку вектора  $B$  можно найти и по методу наименьших квадратов:

$$B = (C^* C)^{-1} \cdot C^* \cdot X, \quad (5)$$

где  $*$  — знак комплексного сопряжения.

Определив таким образом компоненты вектора  $B$ , на следующем этапе необходимо вычислить корни полинома степени  $M$ :

$$\sum_{m=0}^M b_m \cdot \tilde{y}^{M-m} = 0, \quad (6)$$

при условии, что  $b_0 = 1$  (здесь  $\tilde{y} = y^2 dz_1$ ). Полученные в результате факторизации (6) оценки  $M$  неизвестных  $\tilde{y}_m$  позволяют выйти на искомые значения времени задержки сигналов:

$$d_m = \frac{1}{2 z_1 \beta^2 \Delta t^2} \ln |\tilde{y}_m|. \quad (7)$$

В качестве варианта практической реализации данного подхода синтезируем односигнальную измерительную процедуру. Из (4) для случая одиночного источника получим:  $\dot{U}_1 \cdot b_1 = -\dot{U}_2 \cdot y^2$ . Соответствующий вариант полинома

$$(6) \text{ примет вид: } b_0 \tilde{y} + b_1 = \tilde{y} - \frac{\dot{U}_2 y^2}{\dot{U}_1} = 0, \text{ откуда, } d_1 = \frac{1}{2 \beta^2 \Delta t^2 z_1} \ln \frac{|\dot{U}_2|}{|\dot{U}_1|} + \frac{z_1}{2}.$$

При использовании метода наименьших квадратов оценка коэффициента  $b_1$  усложнится, но учитывая, что

$$U_1^s U_2^c - U_1^c U_2^s = |\dot{U}_1| \cdot |\dot{U}_2| (\sin \varphi \cos \varphi - \cos \varphi \sin \varphi) = 0,$$

где  $\varphi$  — начальная фаза сигнала, искомое значение оценки дальности против ожидания не будет столь же громоздким:

$$d_1 = \frac{1}{2 \beta^2 \Delta t^2 z_1} \ln \frac{U_1^c U_2^c + U_1^s U_2^s}{U_1^c{}^2 + U_1^s{}^2} + \frac{z_1}{2}.$$

Заметим, что к таким же формулам для  $d_1$  несложно прийти и на основе частного напряжений пары отсчетов АЦП. В двухсигнальном случае аналогичные выкладки для (4) и (6) сводятся к следующему:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_2 y^2 & \dot{U}_1 \\ \dot{U}_3 y^4 z_1^2 & \dot{U}_2 y^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{U}_3 y^4 z_1^2 \\ \dot{U}_4 y^9 z_1^2 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{y}^2 + b_1 \tilde{y} + b_2 = 0,$$

причем оценки  $b_1, b_2$  по методу наименьших квадратов таковы:

$$b_1 = \frac{(\tilde{U}_{12} + \tilde{U}_{23})(\tilde{U}_{13} + \tilde{U}_{42}) - (\tilde{U}_1^2 + \tilde{U}_2^2)(\tilde{U}_{23} + \tilde{U}_{43})}{\text{Det}},$$

$$b_2 = \frac{(\tilde{U}_{23} + \tilde{U}_{43})(\tilde{U}_{12} + \tilde{U}_{23}) - (\tilde{U}_1^2 + \tilde{U}_3^2)(\tilde{U}_{13} + \tilde{U}_{42})}{\text{Det}},$$

$$\text{Det} = (\tilde{U}_1^2 + \tilde{U}_3^2)(\tilde{U}_1^2 + \tilde{U}_2^2) - (\tilde{U}_{12} + \tilde{U}_{23})^2,$$

$$\tilde{U}_{nm} = \tilde{U}_n^c \tilde{U}_m^c + \tilde{U}_n^s \tilde{U}_m^s, \quad \tilde{U}_n^2 = \tilde{U}_n^c{}^2 + \tilde{U}_n^s{}^2,$$

$$\tilde{U}_2 = \dot{U}_2 y^2, \quad \tilde{U}_3 = \dot{U}_3 y^4 z_1^2, \quad \tilde{U}_4 = \dot{U}_4 y^9 z_1^2.$$

Рассмотренный вариант интерпретации ИМП на базе вещественных экспонент может быть применен также для сверхразрешения комплексных гауссовских радиоимпульсов. С этой целью необходимо предварительно довернуть все комплексные отсчеты АЦП по фазе на величину, компенсирующую ее набег за временной интервал между ними. Соответствующая процедура фазирования элементов квадратур взвешенного вектора отсчетов  $\tilde{U}$  запишется в виде:

$$\tilde{U}_{s\phi}^c = \tilde{U}_s^c \cos p_s + \tilde{U}_s^s \sin p_s; \quad \tilde{U}_{s\phi}^s = \tilde{U}_s^s \cos p_s - \tilde{U}_s^c \sin p_s,$$

где  $p_s = \omega \Delta t z_s$ ,  $z_s$  — временной интервал между первым и  $s$ -м комплексными напряжениями сигналов.

При использовании подгонки данных под комплексные экспоненты необходимость в предварительном довороте фазы отсчетов радиоимпульсов отпадает. Изменению при этом подвергается сама модель задействованной выборки отсчетов (3), в которой каждый  $m$ -й элемент  $n$ -й строки матрицы  $S_k$  домножается на величину  $\exp [j \omega_m \Delta t z_1 (n-1)]$ , где  $\omega_m$  — известная частота заполнения  $m$ -го радиоимпульса.

В итоге факторизация соответствующего выражению (3) полинома будет проведена относительно комплексных корней

$$\tilde{y}_m = \exp [\beta^2 \Delta t^2 2 d_m z_1 + j \omega_m \Delta t z_1],$$

а неизвестные времена задержки определяются через их модули  $|\tilde{y}_m|$  по формуле (7).

При рассмотренном подходе возможно совместное оценивание моментов прихода сигналов и их частот заполнения, если последние неизвестны. В роли частот могут фигурировать также пеленги источников. При этом искомые оценки сопутствующего времени задержки параметра определяются согласно [1] по отношению квадратур комплексных корней полинома  $\tilde{y}_m$ . В данном случае

$$\omega_m = \text{arctg} [\text{Im} \{ \tilde{y}_m \} / \text{Re} \{ \tilde{y}_m \}] / (\Delta t z_1).$$

Характерно, что разрешение по времени задержки и точность его измерения не зависят от наличия и качества информации о частоте или пеленге сигнала.

Поскольку априорные сведения о количестве источников сигналов обычно отсутствуют, применение метода Прони тесно связано с определением порядка модели  $M$ . Данная задача может решаться посредством традиционных для него подходов, связанных с анализом сингулярных чисел матрицы отсчетов [1] либо с искусственным завышением количества сигналов и отсевом шумовых решений на основе линейного предсказания вперед—назад [1]. Более компактная по объему вычислительной выборки альтернатива состоит в использовании модифицированной функции правдоподобия, из которой исключены неизвестные амплитуды сигналов [3, 4]. При этом в рамках метода Прони прогоняются все допустимые модели сигнальной смеси с возрастающим от 1 до  $M$  порядком, а полученные оценки времени задержки сигналов далее подставляются в аналогичную [4] модификацию функции правдоподобия:

$$F_M = -\frac{D}{D_M} = \max, \quad (8)$$

где  $D_M$  — определитель матрицы  $[\dot{Q}_{ij}]$ ,  $i, j = 1, \dots, M$ ;  $D$  — определитель матрицы, отличающийся от  $[\dot{Q}_{ij}]$  первыми строкой и столбцом с элементами  $0, \dot{W}_1^*, \dots, \dot{W}_M^*$ ;

$$\dot{W}_n = \sum_{s=r_n}^{r_n+N-1} (U_s^c + j U_s^s) K_{sn}^*; \quad \dot{Q}_{mm} = \dot{Q}_{nm} = \sum_{s=r_m}^{r_m+N-1} \dot{K}_{sm} K_{sn}^*,$$

$$\dot{K}_{sm} = K_{sm} \{ \cos(\omega_m \Delta t (s - r_m)) + j \sin(\omega_m \Delta t (s - r_m)) \},$$

$$\dot{K}_{sm}^* = K_{sm} \{ \cos(\omega_m \Delta t (s - r_m)) - j \sin(\omega_m \Delta t (s - r_m)) \},$$

$s$  — текущий номер временного отсчета,  $r_n$  — номер первого из временных отсчетов в пределах существования  $n$ -го сигнала,  $r_n = s_{n_{\max}} - d_n$ ,  $s_{n_{\max}}$  — положение максимума  $n$ -го сигнала,  $d_n$  — оценка времени задержки (7)  $n$ -го импульса,

$$K_{sm} = \begin{cases} \exp \left( -\beta^2 \Delta t^2 \left( s - r_m - \frac{N}{2} \right)^2 \right) & \text{при } r_m \leq s \leq r_m + N \\ 0 & \text{при } s < r_m \text{ и } s > r_m + N, \end{cases}$$

$N$  — длительность сигнала в отсчетах АЦП (предполагается, что все сигналы имеют одинаковую протяженность во времени).

В случае видеоимпульсов вместо  $\dot{K}_{sm}$  и  $\dot{K}_{sm}^*$  следует непосредственно использовать вещественную функцию  $K_{sm}$ .

Существенно, что размерность вектора отсчетов напряжений  $U$  можно ограничить порядком  $M$ . При этом наиболее правдоподобным считается набор оценок  $r_m$ , максимизирующих критерий (8).

В заключение следует отметить, что различные модификации метода Прони не исчерпывают всех возможных подходов к решению задач сверхразрешения по дальности на основе детерминистских моделей сигналов. Наряду с такими достоинствами как высокая точность оценивания времени задержки, независимость ее от точности определения частоты или пеленга сигналов, методу Прони присущ недостаток, связанный с необходимостью обработки  $2M$  комплексных отсчетов данных. Такая размерность измерительной выборки является избыточной хотя бы потому, что для разрешения  $M$  импульсов с неизвестными временами прихода и комплексными амплитудами достаточно иметь  $1,5 M$  комплексных отсчетов (при четном  $M$ ) или  $1,5 M + 0,5$  (при  $M$  нечетном). Если же провести сепарацию неизвестных амплитуд сигналов, то для сведения дальномерной задачи к нахождению корней полинома степени  $M$  при гауссовской огибающей понадобится всего лишь  $M+1$  комплексное напряжение.

В случае ограниченной частоты дискретизации и малых длительностей сигналов указанный фактор может стать определяющим при выборе других подходов, не столь критичных к протяженности обрабатываемой выборки напряжений.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / Пер. с англ.— М.: Мир, 1990.— С. 365—417.
2. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов: Пер. с англ.— М.: Мир, 1989.— С. 372—401.
3. Варюхин В. А., Покровский В. И., Сахно В. Ф. Модифицированная функция правдоподобия в задаче измерения угловых координат источников с помощью антенной решетки // ДАН СССР, 1983.— Т. 270.— № 5.— С. 1092—1094.
4. Слюсар В. И. Синтез алгоритмов измерения дальности  $M$  источников при дополнительном стробировании отсчетов АЦП // Радиоэлектроника.— 1996.— № 5.— С. 55—62. (Изв. высш. учеб. заведений).
5. Ицхоки Я. С. Импульсные устройства.— М.: Сов. радио, 1959.— С. 111.

г. Киев.

Поступила в редакцию 09.09.96.