

СВЕРХРЭЛЕЕВСКОЕ РАЗРЕШЕНИЕ УЗКОПОЛОСНЫХ ИМПУЛЬСОВ ПО ВРЕМЕНИ ЗАДЕРЖКИ

Рассмотрены алгебраические методы разрешения M сигналов, различия во времени задержки которых меньше рэлеевского предела, основанные на аппроксимации огибающей импульса функцией $\sin^M x_M$.

В импульсной радиолокации существует довольно обширный круг задач, когда требуемое разрешение по дальности не может быть достигнуто путем расширения полосы зондирующего сигнала. С учетом этого бытующее среди специалистов мнение о недостаточной оправданности применения дальностного «сверхразрешения» и предубеждение, что «переход к любому сверхразрешению связан с потерями энергии», [1] нуждается в серьезной корректировке.

Целью статьи является рассмотрение дальномерных процедур сверхрэлеевского разрешения узкополосных радиоимпульсов, реализация которых сопряжена с энергетическими потерями только в случае отклонения фактической модели сигнала от расчетной.

Среди многочисленных процедур «сверхразрешения» обширную группу представляют собой методы обработки, основанные на бесшумовой идеализации сигнальной смеси и ее аналитическом представлении полиномом, степень которого равна числу источников сигналов, а корни — однозначно связаны с их параметрами [2, 4]. Воспользуемся таким подходом при синтезе измерительной процедуры вначале для двухсигнальной ситуации приема.

С учетом аргументации [3], аппроксимируем узкополосную огибающую функцией $\sin^2 x$, где при дискретном представлении $x = \pi s / N$, s — смещение s -го отсчета АЦП от начала сигнала, N — длительность импульса по основанию в периодах дискретизации. Заметим, что для такой модели огибающей наиболее близким гауссовским аналогом будет экспонента

$$\exp \left\{ -\frac{2,687 \cdot 4}{N^2} \left(s - \frac{1,5 \cdot N}{2} \right)^2 \right\}. \quad (1)$$

Это несколько отличается от представленного в [5] результата, что объясняется невозможностью детализации на момент публикации [5] коэффициентов в аргументе (1) из-за неразвитости вычислительной техники.

При приеме двух видеоимпульсов в комплексном представлении (со случайными квадратурными составляющими амплитуд и времени прихода) количество неизвестных параметров сигналов без учета шумов равно шести. Поэтому для составления нормальной системы уравнений, позволяющей опре-

делить искомое время задержки каждого из сигналов, потребуется тройка комплексных отсчетов. Их напряжения в пределах существования обоих импульсов можно записать в виде

$$\dot{U}_1 = \dot{a}_1 \sin^2 \frac{\pi}{N} d_1 + \dot{a}_2 \sin^2 \frac{\pi}{N} d_2,$$

$$\dot{U}_2 = \dot{a}_1 \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_1 + z_1) + \dot{a}_2 \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_2 + z_1),$$

$$\dot{U}_3 = \dot{a}_1 \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_1 + z_2) + \dot{a}_2 \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_2 + z_2),$$

здесь d_m — неизвестное смещение первого отсчета тройки в периодах дискретизации относительно начала m -го сигнала, z_1, z_2 — интервалы, характеризующие сдвиг второго и третьего отсчетов триады относительно первого.

Для решения этой системы относительно d_m , проведем разделение квадратурных составляющих амплитуд сигналов. Результатом ее явится система из двух уравнений, которая разложением определителей по элементам первых столбцов преобразуется к виду

$$\begin{cases} U_1^c - U_2^c x_1 + U_3^c x_2 = 0 \\ U_1^s - U_2^s x_1 + U_3^s x_2 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

где U_s^c, U_s^s — квадратурные составляющие напряжений,

$$x_1 = \begin{vmatrix} \sin^2 \frac{\pi}{N} d_1 & \sin^2 \frac{\pi}{N} d_2 \\ \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_1 + z_2) & \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_2 + z_2) \end{vmatrix} : \text{Det}, \quad (3)$$

$$x_2 = \begin{vmatrix} \sin^2 \frac{\pi}{N} d_1 & \sin^2 \frac{\pi}{N} d_2 \\ \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_1 + z_1) & \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_2 + z_1) \end{vmatrix} : \text{Det},$$

$$\text{Det} = \begin{vmatrix} \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_1 + z_1) & \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_2 + z_1) \\ \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_1 + z_2) & \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_2 + z_2) \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Применяя метод наименьших квадратов, по напряжениям отсчетов АЦП можно из (2) найти оценки x_1 и x_2 применительно к ненулевой мощности шумов. Для этого следует минимизировать функционал, составленный в общем случае по откликам S частотных фильтров (приемных каналов антенной решетки):

$$F = \sum_{s=1}^S \left\{ U_{1s}^c - U_{2s}^c x_1 + U_{3s}^c x_2 \right\}^2 + \sum_{s=1}^S \left\{ U_{1s}^s - U_{2s}^s x_1 + U_{3s}^s x_2 \right\}^2. \quad (5)$$

Многоканальность обработки в данном случае позволяет повысить точность измерения дальности в неблагоприятных по разности начальных фаз сигналов ситуациях приема.

В результате минимизации (5) несложно определить

$$x_1 = \left\{ \sum_{s=1}^S U_{3s}^2 \sum_{s=1}^S U_{12s} - \sum_{s=1}^S U_{13s} \sum_{s=1}^S U_{32s} \right\} : \text{Det}, \quad (6)$$

$$x_2 = \left\{ - \sum_{s=1}^S U_{2s}^2 \sum_{s=1}^S U_{13s} + \sum_{s=1}^S U_{23s} \sum_{s=1}^S U_{12s} \right\} : \text{Det}, \quad (7)$$

$$\text{Det} = \sum_{s=1}^S U_{2s}^2 \sum_{s=1}^S U_{3s}^2 - \left\{ \sum_{s=1}^S U_{23s} \right\}^2,$$

$$U_{ns}^2 = U_{ns}^c{}^2 + U_{ns}^s{}^2, \quad U_{nms} = U_{ns}^c U_{ms}^c + U_{ns}^s U_{ms}^s.$$

С другой стороны, значения x_1 и x_2 , согласно (3), могут быть увязаны с неизвестными d_1 и d_2 . Опуская громоздкие выкладки, из определителей (3), (4) получим:

$$P = \frac{x_1 \sin^2 \frac{\pi}{N} z_1 - x_2 \sin^2 \frac{\pi}{N} z_2}{x_1 \cos^2 \frac{\pi}{N} z_1 - x_2 \cos^2 \frac{\pi}{N} z_2 - 1}, \quad (8)$$

$$S = \frac{x_2 \sin^2 2 \frac{\pi}{N} z_2 - x_1 \sin^2 2 \frac{\pi}{N} z_1}{x_1 \cos^2 \frac{\pi}{N} z_1 - x_2 \cos^2 \frac{\pi}{N} z_2 - 1},$$

где $P = \text{tg} \frac{\pi}{N} d_1 \cdot \text{tg} \frac{\pi}{N} d_2$, $S = \text{tg} \frac{\pi}{N} d_1 + \text{tg} \frac{\pi}{N} d_2$.

Дальнейшая подстановка значений x_1 и x_2 из (6), (7) в соотношения (8) позволяет свести поиск оценок $\text{tg} \frac{\pi}{N} d_1$ и $\text{tg} \frac{\pi}{N} d_2$ к решению квадратного уравнения

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{N} d_m - S \operatorname{tg} \frac{\pi}{N} d_m + P = 0.$$

Откуда

$$d_{1,2} = \frac{N}{\pi} \operatorname{arctg} \left(-\frac{S}{2} \pm \sqrt{\frac{S^2}{4} - P} \right).$$

Следует отметить, что результат с точностью до аргументов тангенсов совпадает с решением двухсигнальной задачи спектрального оценивания по выходным напряжениям БПФ-фильтров. Аналогично [6], корни квадратного уравнения целесообразно вычислять с помощью ПЗУ, используя в качестве входных адресов коэффициенты P и S с выдачей результатов в виде искомым оценок d_1 и d_2 .

Что касается большего числа источников, то их разрешение по времени задержки в рамках огибающей $\sin^2 x$ возможно только на основе итерационных процедур. Поэтому для сведения дальномерной задачи к решению алгебраического уравнения степени M в общем случае предлагается использовать в качестве аналитической модели огибающей функцию $\sin^M(\tilde{x}_M)$, аргумент и показатель степени которой варьировались бы в зависимости от количества источников M . Выбор величины \tilde{x}_M призван обеспечить оптимальную аппроксимацию гауссовского сигнала (1) тригонометрическим эквивалентом при любом порядке модели. Соответствующие приближения экспоненты (1) степенными функциями синусов были установлены путем программного построения графиков огибающих и визуального подбора наиболее удачных из них. Перечень наилучших аппроксимаций такого рода, ограниченный $M=10$, представлен в табл. 1. Примечательно, что с увеличением M качество приближения улучшается.

Один из обобщенных вариантов многосигнальной измерительной процедуры может быть сведен к решению алгебраического уравнения, составленного по $M+1$ отсчетам комплексных напряжений M фильтров (каналов):

$$\begin{vmatrix} \sin^M \tilde{d}_M & \sin^M (\tilde{d}_M + \tilde{z}_{M1}) & \sin^M (\tilde{d}_M + \tilde{z}_{M2}) & \dots & \sin^M (\tilde{d}_M + \tilde{z}_{MM}) \\ \dot{U}_{1,1} & \dot{U}_{2,1} & \dot{U}_{3,1} & \dots & \dot{U}_{M+1,1} \\ \dot{U}_{1,2} & \dot{U}_{2,2} & \dot{U}_{3,2} & \dots & \dot{U}_{M+1,2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \dot{U}_{1,M} & \dot{U}_{2,M} & \dot{U}_{3,M} & \dots & \dot{U}_{M+1,M} \end{vmatrix} = 0. \quad (9)$$

Здесь в качестве \tilde{d}_M обозначен аргумент функции \sin , приведенной в табл. 1 для степени M , с той разницей, что вместо номера отсчета s использована переменная d_m , соответствующая смещению первого отсчета измерительной выборки относительно начала m -го сигнала. Аналогично, под \tilde{z}_{Mn-1} следует понимать интервал между n -м и первым отсчетами выборки в периодах дискретизации, умноженный на коэффициент T_M при переменной s в том же аргументе синуса табл. 1. При этом предполагается, что во всех отсчетах обрабатываемой выборки присутствуют напряжения M сигналов. Чтобы перейти к тангенсам, в определителе (9) достаточно разделить первую строку на $\cos^M \tilde{d}_M$.

Таблица 1

M	Модель огибающей $\sin^M \{T_M s + H_M\}$
3	$\sin^3 \left\{ \frac{\pi}{1,21 N} s + 0,27 \right\}$
4	$\sin^4 \left\{ \frac{\pi}{1,4 N} s + 0,45 \right\}$
5	$\sin^5 \left\{ \frac{\pi}{1,54 N} s + 0,55 \right\}$
6	$\sin^6 \left\{ \frac{\pi}{1,687 N} s + 0,64 \right\}$
7	$\sin^7 \left\{ \frac{\pi}{1,8 N} s + 0,7 \right\}$
8	$\sin^8 \left\{ \frac{\pi}{1,928 N} s + 0,755 \right\}$
9	$\sin^9 \left\{ \frac{\pi}{2,0527 N} s + 0,8085 \right\}$
10	$\sin^{10} \left\{ \frac{\pi}{2,16 N} s + 0,845 \right\}$

Рассматривая каждую из квадратур в отдельности, несложно получить систему из двух определителей $M+1$ -го порядка, соответствующих коси-

нусным и синусным составляющим напряжений. Такая трансформация (9) полезна для определения \tilde{a}_m по методу наименьших квадратов. В случае $M = 2$ при этом получим функционал невязок (5).

Существенно, что квадратурные составляющие можно использовать и при формировании определителя (9), подставляя ту или иную из квадратур взамен комплексных отсчетов напряжений. Данный прием позволяет сократить потребное для измерительной процедуры количество частотных фильтров (каналов). Например, $M + 1$ -отсчетные выборки при четных степенях M достаточно компоновать по откликам $M/2$ частотных фильтров, а при нечетных степенях — $(M + 1) / 2$. В последнем случае отбрасывается одна из квадратур любого фильтра. Необходимо учитывать, что подобная экономия в объеме данных сопровождается ростом чувствительности точности оценивания времени задержки сигналов к неблагоприятным соотношениям их начальных фаз.

Представленный подход до сих пор обсуждался применительно к видеоимпульсам. Его обобщение на радиосигнальную обработку предполагает, подобно [2], доворот по фазе всех задействованных отсчетов АЦП, кроме первого, в соответствии с процедурой:

$$\tilde{U}_s^c = U_s^c \cos p_s + U_s^s \sin p_s; \quad \tilde{U}_s^s = U_s^s \cos p_s - U_s^c \sin p_s, \quad (10)$$

где $p_s = \omega \Delta t z_s$, z_s — временной сдвиг s -го отсчета относительно первого в обрабатываемой выборке в периодах дискретизации АЦП.

В многосигнальной ситуации такой прием оправдан при незначительных различиях в частоте заполняющих радиоимпульсы колебаний. В то же время неадекватность фазировки по своему проявлению вполне может быть отнесена к эквивалентному ухудшению отношения сигнал/шум.

Указанный доворот фазы необходим и в том случае, когда M сигналов присутствует не во всех отсчетах выборки. При этом в результате такой операции искусственно изменяется разность начальных фаз сигналов, что может быть полезно при неблагоприятных их соотношениях, общий вид подлежащей сепарации комплексной амплитуды m -го сигнала после дополнительной фазировки (10) может быть представлен следующим образом:

$$\tilde{a}_m = a_m \exp \{ j [\varphi_m + \omega_m \Delta t d_m + \omega_m \Delta t z_{ms} - \omega_m \Delta t z_{1s}] \},$$

где z_{ms} — смещение s -го отсчета АЦП относительно начала m -го импульса d_m в периодах дискретизации Δt , z_{1s} — смещение s -го отсчета АЦП относительно начала измерительной выборки (d_1); a_m , φ_m , ω_m — амплитуда, начальная фаза и частота заполнения m -го радиоимпульса (если в каждом отсчете обрабатываемого массива присутствуют все M сигналов, то $z_{ms} = z_{1s}$).

Для проверки гипотез относительно количества источников и наличия либо отсутствия их сигналов на краях выборки целесообразно использовать подход, аналогичный [2], максимизируя по полученным оценкам временного положения импульсов функционал:

$$F_M = \begin{vmatrix} 0 & \dot{W}_1^*(M) & \dots & \dot{W}_M^*(M) \\ \dot{W}_1(M) & Q_{11}(M) & \dots & Q_{1M}(M) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dot{W}_M(M) & Q_{M1}(M) & \dots & Q_{MM}(M) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} Q_{11}(M) & Q_{12}(M) & \dots & Q_{1M}(M) \\ Q_{21}(M) & Q_{22}(M) & \dots & Q_{2M}(M) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{M1}(M) & Q_{M2}(M) & \dots & Q_{MM}(M) \end{vmatrix}^{-1};$$

$$\dot{W}_n(M) = \sum_{s=r_n}^{r_n+N} (U_s^c + j U_s^s) K_{sn}(M); \quad Q_{pn}(M) = Q_{np}(M) = \sum_{s=r_p}^{r_p+N} K_{sp}(M) K_{sn}(M);$$

s — текущий номер интервала дискретизации, r_n — номер первого из интервалов дискретизации в пределах существования n -го сигнала,

$$K_{sn}(M) = \begin{cases} \sin^M (T_M (s - r_n) + H_M) & \text{при } r_n \leq s \leq r_n + N \\ 0 & \text{при } s < r_n \text{ и } s > r_n + N \end{cases},$$

T_M и H_M — коэффициенты из табл. 1, N — длительность импульсов.

Новым в данном случае является то, что для каждой величины M используется своя модель огибающей. Если желательно иметь одну и ту же аппроксимацию форм сигнала для произвольного M , то, в ущерб компактности вычислительных операций, можно ограничиться моделью, соответствующей максимуму ожидаемого количества источников.

Сведение задачи оценивания временного положения импульсов к решению алгебраического уравнения позволяет значительно сократить объем вычислений. Особую привлекательность алгебраическому подходу придает возможность использования для высокоточного определения корней модернизированного метода Лобачевского [7].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Методы радиолокационного распознавания и моделирования / Я. Д. Ширман, С. А. Горшков, С. П. Лещенко // Зарубежная радиоэлектроника. — 1996. — № 11. — С. 3—63.
2. Слюсар В. И. Интерпретация метода Прони для решения дальномерных задач // Радиоэлектроника. — 1998. — № 1. — С. 61—67. (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Слюсар В. И. Цифровые методы оценивания временного положения колоколообразных радиоимпульсов // Радиоэлектроника. — 1997. — № 1. — С. 33—38. (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Доманов Ю. А., Коробко О. В., Таурогинский Б. И. Оценка угловых координат нескольких источников сигналов из алгебраических свойств матрицы взаимных корреляционных моментов сигналов на выходах приемных элементов антенной решетки // Радиотехника и электроника. — 1985. — Т. 30. — Вып. 7. — С. 1362—1368.

5. Ицхоки Я. С. Импульсные устройства.— М.: Сов. радио, 1959.— С. 111.

6. Слюсар В. И., Покровский В. И., Сахно В. Ф. Цифровой частотный детектор / Заявка на выдачу патента РФ на изобретение № 5063627/09 от 29.09.92. Решение о выдаче патента от 5. 11. 96.

7. Беланов А. А. Решение алгебраических уравнений методом Лобачевского.— М.: Наука, 1989.— 96 с.

г. Киев.

Поступила в редакцию 03.10.97.

УДК 621.396

ПЕВЦОВ Г. В., ШОЛОХОВ С. Н., ПОТОЧНЯК А. З.

ОБОСНОВАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ПОРОГОВОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ПАНОРАМНЫХ ПРИЕМНЫХ УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ ФУРЬЕ-ПРОЦЕССОРОВ

Уточнена методика обоснования величины пороговой чувствительности при оптимизации панорамных приемных устройств на основе Фурье-процессоров, функционирующих в условиях априорной неопределенности относительно спектрально-временной структуры обрабатываемых сигналов.

Панорамные приемные устройства (ППрУ) применяются для поиска (обнаружения) в широкой полосе частот сигналов с неизвестной спектрально-временной структурой [1]. Основой ППрУ являются Фурье-процессоры (ФП), выполняющие преобразование Фурье от реализаций совокупности входных сигналов. При оптимизации ППрУ необходимо обосновать ограничения на величину их пороговой чувствительности $P_{\text{пор}}$. На практике требуемую величину пороговой чувствительности $P_{\text{пор}}$ определяют из неравенства

$$P_{\text{пор}} = k T_0 \Delta f_{\text{эф}} q_{\text{пор}}^2 \left(t_a - 1 + \frac{N}{K_{\text{пф}}} \right) \leq P_{\text{с min}}, \quad (1)$$

где k — постоянная Больцмана; T_0 — стандартная температура; $\Delta f_{\text{эф}}$ — эффективная шумовая полоса приемника; t_a — относительная шумовая температура антенны; N — коэффициент шума приемника; $K_{\text{пф}}$ — коэффициент передачи фидерного тракта; $P_{\text{с min}}$ — предполагаемая минимально возможная мощность полезного сигнала передающих средств на входе оптимизируемого ППрУ; $q_{\text{пор}}^2$ — требуемое отношение мощности полезного сигнала к мощности помехи на выходе линейной части приемника.

Неравенство (1) апробировано при обосновании величины $P_{\text{пор}}$ приемных устройств в условиях оптимального (например, по критерию максимизации