

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1958 г.

ИЗДАНИЕ НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

Том 46, № 3

Киев

Март 2003

**«ВОЕННЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»
СПЕЦИАЛЬНЫЙ ВЫПУСК**

СОДЕРЖАНИЕ

- Чижов А. А., Авласёнок А. В.** Оптимизация самонаведения управляемой ракеты на групповую радиолокационную цель 3
- Милосердов И. В.** Синтез алгоритма адаптивного управления противолокационной ракетой при прерывистом поступлении информации о цели. 12
- Савиных И. С., Киселев А. В.** Влияние турбулентности атмосферы на вероятностные характеристики обнаружения цели на фоне атмосферных пассивных помех 18
- Булычев Ю. Г., Шухардин А. Н.** Оценивание параметров движения объекта на базе одноканального пеленгатора 24
- Рыбаков Б. С., Пилипенко В. А.** Потенциальная точность пеленгования следящих угломеров амплитудными и фазовыми методами для райсовской модели сигналов 29
- Селетков В. Л.** Вариант синтеза пеленгатора поляризованных сигналов известной формы 34
- Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Вениг С. Б., Орлов В. Е., Угрюмова Н. В., Посадский В. Н., Клецов А. А.** Воздействие мощного микроволнового излучения на полупроводниковые диодные структуры в цепях СВЧ 40
- Слюсар В. И., Головин А. А.** Измерение дальности до источника юстировочного сигнала в ближней зоне антенной решетки 49
- Ельчанинов А. А., Коровин С. Д., Пегель И. В., Ростов В. В., Руккин С. Н., Шпак В. Г., Яландин М. И.** Сверхизлучательный режим релятивистской ЛОВ с высокой пиковой мощностью микроволновых импульсов 55

5. Усанов Д. А., Орлов В. Е., Коротин Б. Н., Скрипаль А. В. Влияние внешнего СВЧ-сигнала на работу СВЧ-генератора на туннельном диоде // Радиофизика.— 1991.— Т. 34.— № 1.— С. 81—85. (Изв. вузов).

6. Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Коротин Б. Н., Орлов В. Е. Влияние греющего СВЧ-поля на вид вольт-амперной характеристики туннельного диода // Письма в ЖТФ.— 1993.— Т. 19.— Вып. 7.— С. 81—85.

7. Скрипаль А. В., Усанов Д. А., Абрамов А. В. Нелинейная динамика генератора на туннельном диоде при воздействии внешнего СВЧ-сигнала // Прикладная нелинейная динамика.— 2000.— Т. 8.— № 4.— С. 66—73. (Изв. вузов).

8. Виненко В. Г., Красовский С. В., Усанов Д. А. Модуляция выходного сигнала в СВЧ-ограничителях мощности на $p-i-n$ -диодах // Электронная техника.— Сер.1.— 1987.— Вып. 4.— С. 38—39.

9. Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Угрюмова Н. В. Возникновение отрицательного сопротивления в структурах на основе $p-n$ -перехода в СВЧ-поле // ФТП.— 1998.— Т. 32.— № 11.— С. 1399—1402.

10. Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Угрюмова Н. В. Возникновение S -образных участков на вольт-амперных характеристиках диодов с $p-n$ -переходом под действием СВЧ-излучения // Письма в ЖТФ.— 1999.— Т. 25.— № 1.— С. 42—45.

11. Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Угрюмова Н. В. Возникновение отрицательного дифференциального сопротивления на вольт-амперных характеристиках диодных структур на основе $p-n$ -перехода при воздействии сверхвысокочастотного излучения высокого уровня мощности // Радиотехника и электроника.— 2000.— Т. 45.— № 12.— С. 1509—1513.

12. Усанов Д. А., Вениг С. Б., Орлов В. Е. Стимулированная внешним сверхвысокочастотным излучением работа туннельного диода в режиме генерации // Радиофизика.— 1999.— Т. 42.— № 10.— С. 1009—1012. (Изв. вузов).

13. Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Угрюмова Н. В., Вениг С. Б., Орлов В. Е. Возникновение режима отрицательного дифференциального сопротивления и переключения в туннельном диоде под действием внешнего СВЧ-сигнала // ФТП.— 2000.— Т. 34.— Вып. 5.— С. 567—571.

14. Дзехцер Г. Б., Наколаев Ю. И., Орлов О. С. К вопросу о взаимодействии плоскостного полупроводникового диода с электронным СВЧ-полем // Вопросы радиоэлектроники.— Сер.6.— Радиоизмерительная техника.— 1971.— Вып. 3.— С. 3—12.

15. Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Угрюмова Н. В. Возникновение отрицательного дифференциального сопротивления в $p-i-n$ -диодных структурах при воздействии СВЧ-излучения // Электроника.— 1997.— № 3, 4.— С. 48—52. (Изв. вузов).

16. Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Угрюмова Н. В. Температурные зависимости вольт-амперных характеристик СВЧ-диодов на основе $p-n$ -переходов в сильном СВЧ-поле // Электроника.— 2000.— № 1.— С. 51—58. (Изв. вузов).

17. Усанов Д. А., Скрипаль А. В., Орлов В. Е., Коротин Б. Н. Управление видом вольт-амперной характеристики последовательно соединенных туннельных диодов греющим СВЧ-полем // Электроника.— 1996.— № 1, 2.— С. 129—133. (Изв. вузов).

18. Усанов Д. А., Вениг С. Б., Орлов В. Е. Отрицательное дифференциальное сопротивление туннельного диода, наведенное внешним СВЧ-сигналом // Письма в ЖТФ.— 1999.— Т. 25.— № 2.— С. 39—42.

19. Розанов Б. А., Розанов С. Б. Приемники миллиметровых волн.— М.: Радио и связь, 1989.— 168 с.

20. Тагер А. С., Вальд-Перлов В. М. Лавинно-пролетные диоды и их применение в технике СВЧ.— М.: Сов. радио, 1968.— 480 с.

Саратовский государственный ун-т.

Поступила после переработки 04.10.02.

УДК 621.39

СЛЮСАР В. И., ГОЛОВИН А. А.

ИЗМЕРЕНИЕ ДАЛЬНОСТИ ДО ИСТОЧНИКА ЮСТИРОВОЧНОГО СИГНАЛА В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

Предложены методы измерения дальности до внешнего источника юстировочного сигнала цифровой антенной решеткой, расположенного в ее ближней зоне.

Предложенный в [1] метод коррекции характеристик приемных каналов цифровой антенной решетки (ЦАР) по контрольному источнику в ближней зоне предполагает наличие точной информации об удалении юстировочного источника от фазового центра антенной системы. Помимо традиционных путей получения такой информации, результативным может быть использование предлагаемого ниже подхода, базирующегося на измерении межканального временного сдвига сигналов импульсного генератора, расположенного в точке дислокации тонального юстировочного источника, если коррекция осуществляется по непрерывному сигналу, либо непосредственно самого юстировочного передатчика, работающего в импульсном режиме.

Рассмотрим алгоритмы измерения дальности для линейных антенных решеток с нечетным и четным числом элементов. В случае ЦАР с нечетным числом каналов фазовый центр антенны, в качестве которого выбран ее центр симметрии, совпадает с центральным элементом. Поскольку измерение дальности производится в ближней зоне антенной решетки, считаем, что фронт волны сферический. Схематически, момент прихода волны на антенную решетку представлен на рис. 1. Здесь D — расстояние от фазового центра источника юстировочного сигнала до фазового центра антенной решетки; A_r — разность хода волны, обусловленная сферичностью волнового фронта, рассчитанная для r -го канала относительно фазового центра ЦАР; R — число элементов антенной решетки; d — расстояние между элементами.

На основе геометрических соотношений (рис. 1) получим

$$(A_r + D)^2 = D^2 + (r - (R + 1)/2)^2 d^2, \quad (1)$$

откуда $D = (Ar^2 d^2 - 4rd^2(R + 1) + (R + 1)^2 d^2 - 4A_r^2) / 8A_r$.

Для определения статистически оптимальной оценки дальности D воспользуемся методом наименьших квадратов. Сумма квадратов невязок всех уравнений системы, полученных из (1) по совокупности R приемных каналов ЦАР, будет иметь вид:

$$F = \sum_{r=1}^R \{ D^2 + (r - (R + 1)/2)^2 d^2 - (A_r + D)^2 \}^2 = \min.$$

Минимум F обеспечивается при вполне определенной оценке D , которую, как известно, можно найти путем дифференцирования F по указанной неизвестной и приравняв к нулю полученную частную производную:

$$\frac{\partial F}{\partial D} = -4 \sum_{r=1}^R A_r \left[\left(r - \frac{R+1}{2} \right)^2 d^2 - A_r^2 - 2A_r D \right] = 0,$$

откуда

$$\tilde{D} = \left[\sum_{r=1}^R \left[A_r d^2 \left(r - \frac{R+1}{2} \right)^2 - A_r^3 \right] \right] \cdot \left[2 \sum_{r=1}^R A_r^2 \right]^{-1}. \quad (2)$$

Рассмотрим теперь алгоритм измерения дальности при использовании линейной антенной решетки с четным числом элементов. В этом случае фазовый центр ЦАР не совпадает с ее центральным элементом, что приводит при использовании рассмотренного выше алгоритма к необходимости установки дополнительного приемного канала в фазовом центре антенны. Поэтому предпочтительным является иной алгоритм измерения, оперирующий разностями хода волнового фронта не относительно фазового центра, а относительно двух ближайших к нему элементов решетки, как показано на рис. 2.

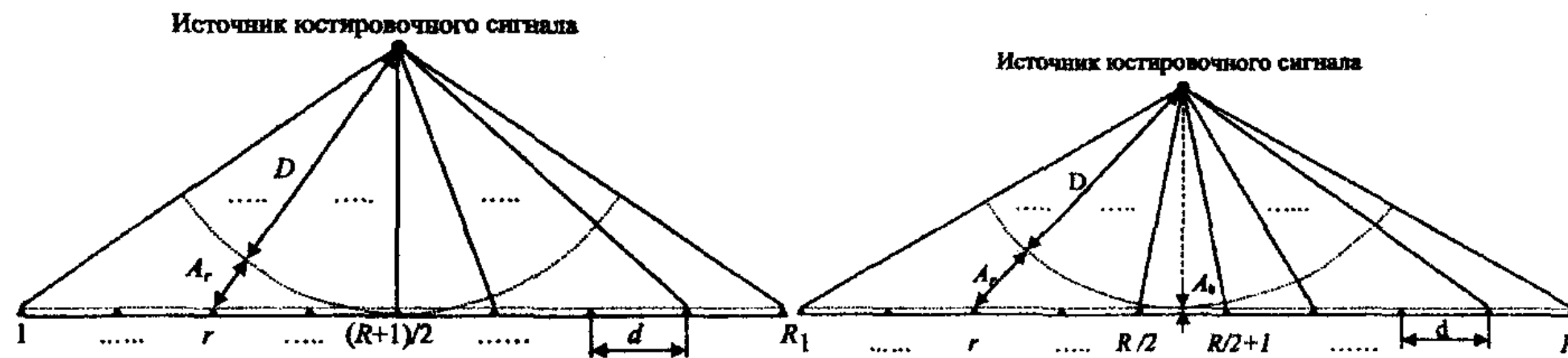


Рис. 1

Рис. 2

На основе геометрических соотношений (рис. 2) получим

$$\left(r - (R+1)/2 \right)^2 d^2 + (D - A_0)^2 = (A_r + D)^2, \quad (3)$$

где A_0 находится из выражения $(D - A_0)^2 + (d/2)^2 = D^2$.

Вычислив имеющий физический смысл корень A_0 этого квадратного уравнения и подставив его в (3), после упрощения получим

$$\left(r - (R+1)/2 \right)^2 d^2 - (d/2)^2 = A_r^2 + 2A_r D, \quad (4)$$

откуда детерминистическая оценка расстояния до контрольного источника примет вид $D = \left(\left(r - (R+1)/2 \right)^2 d^2 - (d/2)^2 - A_r^2 \right) / 2A_r$.

Пользуясь методикой статистического синтеза дальномерной процедуры, изложенной для случая использования антенной решетки с нечетным числом элементов, определим оценку дальности по совокупности четного числа приемных каналов. На основании (4), нормальное уравнение метода наименьших квадратов для рассматриваемого случая примет вид:

$$F = \sum_{r=1}^R \left\{ \left(r - \frac{R+1}{2} \right)^2 d^2 - (d/2)^2 - A_r^2 - 2A_r D \right\}^2 = \min.$$

Для нахождения минимума этой функции, продифференцируем ее по неизвестной D :

$$\frac{\partial F}{\partial D} = -4 \sum_{r=1}^R A_r \left[\left(r - \frac{R+1}{2} \right)^2 d^2 - \left(\frac{d}{2} \right)^2 - A_r^2 - 2A_r D \right].$$

Приравняв нулю полученную частную производную и выразив отсюда D , имеем:

$$\tilde{D} = \sum_{r=1}^R \left[A_r \left(r - \frac{R+1}{2} \right)^2 d^2 - A_r \left(\frac{d}{2} \right)^2 - A_r^3 \right] \cdot \left[2 \sum_{r=1}^R A_r^2 \right]^{-1}. \quad (5)$$

В (2) и (5) присутствует неизвестная разность A_r хода волны относительно фазового центра. В долях периода дискретизации

$$A_r = cN_r \Delta t, \quad (6)$$

где c — скорость света; N_r — задержка импульса, принятого r -м каналом относительно импульса, принятого $(R+1)/2$ -м каналом в случае антенной решетки с нечетным числом элементов и $R/2$ -м либо $(R/2+1)$ -м каналами в случае четного числа элементов в долях периода дискретизации, Δt — период дискретизации.

Найдем оценку N_r путем оценивания межканального временного сдвига сигналов источника юстировочного сигнала. Вариант сигнальной смеси, сформированной путем многократного суммирования одноименных отсчетов сигналов, принятых R каналами гипотетической антенной решетки с нечетным числом элементов, схематически показан на рис. 3.

Для определения оценки N_r необходима только информация о законе изменения огибающей. В случае аналитической функции огибающей искомые оценки определяются решением системы алгебраических уравнений или уравнения M -й степени (M — количество сигнальных отсчетов, формируемых в пределах существования сигнальной смеси) аналогично методике, рассмот-

ренной в [2]. В тех случаях, когда решения этих уравнений трудно вычислимы или вообще не могут быть найдены в аналитическом виде, следует использовать итерационные методы оценивания.

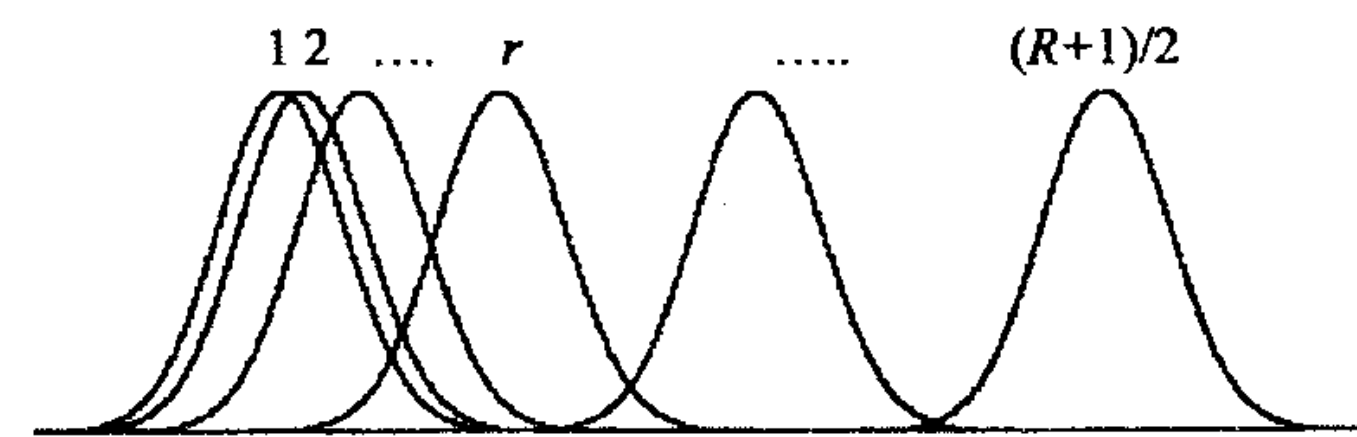


Рис. 3

Согласно предлагаемому подходу для определения оценок N_r будем использовать попарные суммы огибающих опорного импульса и сигнала, снятого с выхода r -го канала ЦАР. За опорный примем импульс, имеющий нулевую разность хода. Варианты сигнальной смеси, полученные в результате операции межканального суммирования для решетки с нечетным числом элементов, представлены на рис. 4, при этом позиция a соответствует сумме опорного импульса и сигналов $((R+1)/2 \pm 1)$ -го каналов, позиция b — опорного и 1-го или R -го каналов, вариант $в$ — остальным комбинациям.

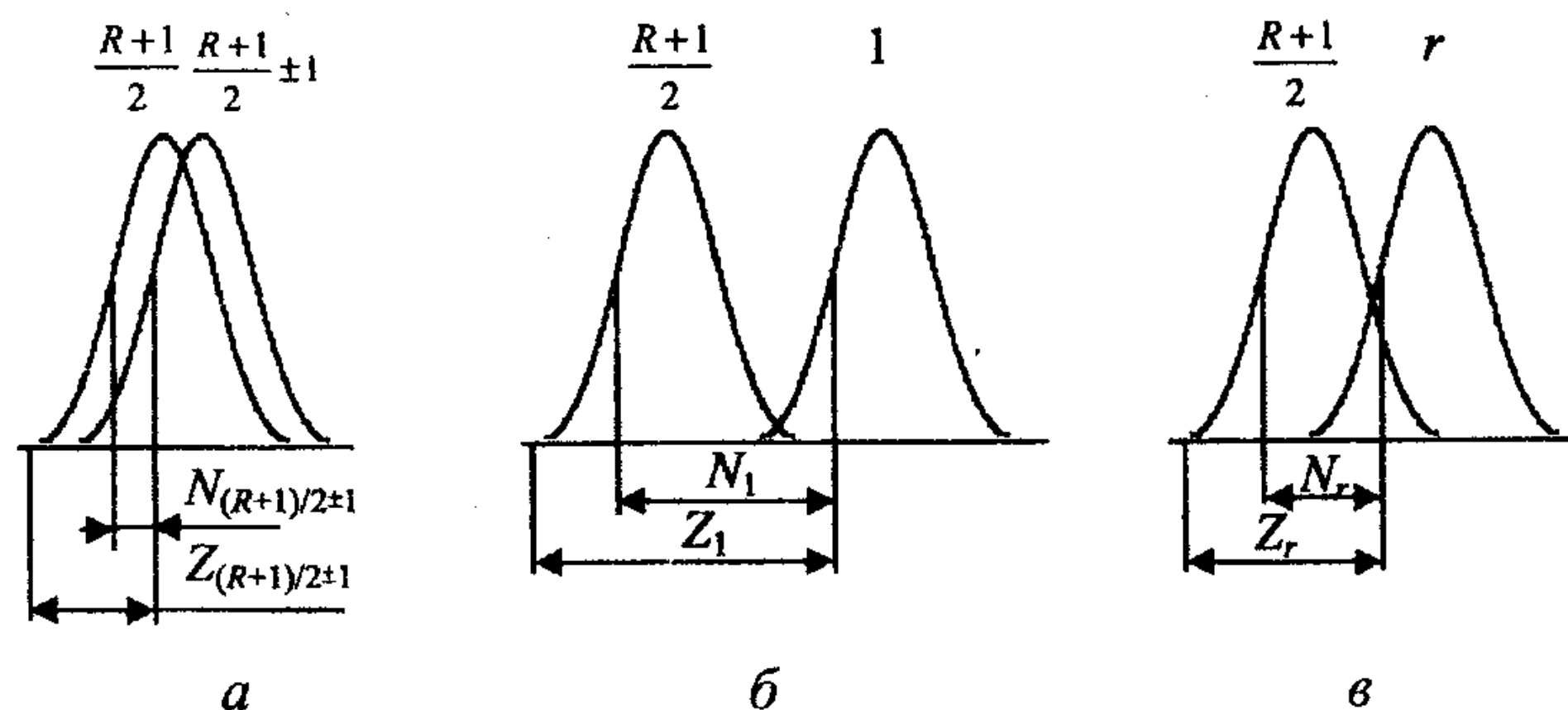


Рис. 4

Для определения оценок N_r воспользуемся методом наименьших квадратов. Сумма квадратов невязок уравнений системы для квадратурных составляющих нормированной комплексной огибающей импульса по выходу r -го канала $k(s - z_r)$ и опорного $(R+1)/2$ -го $k(s - z_r - N_r)$ для случая антенной решетки с нечетным числом элементов будет иметь вид:

$$F_r = \sum_{s=0}^S \left\{ U_c - \tilde{a}_r^c V_c - \frac{\tilde{a}_{R+1}^c}{2} W_c \right\}^2 + \sum_{s=0}^S \left\{ U_s - \tilde{a}_r^s V_s - \frac{\tilde{a}_{R+1}^s}{2} W_s \right\}^2 \rightarrow \min, \quad (7)$$

где $U_p = U_{sr}^p + U_{s(R+1)/2}^p$, $V_p = k^p(s - \tilde{z}_r)$, $W_p = k^p(s - \tilde{z}_r - \tilde{N}_r)$, s — номер отсчета АЦП; S — длительность выборки в периодах дискретизации; U_{sr}^c , U_{sr}^s ,

$U_{s(R+1)/2}^c$, $U_{s(R+1)/2}^s$ — квадратурные составляющие измеренных напряжений импульсов r -го и $(R+1)/2$ -го каналов ЦАР в s -м отсчете АЦП; a_r^c , a_r^s , $a_{(R+1)/2}^c$, $a_{(R+1)/2}^s$ — квадратурные составляющие амплитуды сигнала в r -м и $(R+1)/2$ -м каналах ЦАР; \tilde{z}_r — оценка смещения первого отсчета измерительной выборки относительно начала импульсного сигнала в r -м канале в долях периода дискретизации.

Для нахождения оценки \tilde{N}_r имеет смысл перейти к модифицированной, согласно [3], функции невязок. Для этого слагаемые, входящие в (7), возведем в квадрат и раскроем скобки, получив:

$$F_r = \sum_{s=0}^S U_c^2 - 2\tilde{a}_r^c \sum_{s=0}^S U_c V_c - 2\frac{\tilde{a}_{R+1}^c}{2} \sum_{s=0}^S U_c W_c + (\tilde{a}_r^c)^2 \sum_{s=0}^S V_c^2 + \left(\frac{a_{R+1}^c}{2} \right)^2 \sum_{s=0}^S W_c^2 + 2\tilde{a}_r^c \frac{\tilde{a}_{R+1}^c}{2} \sum_{s=0}^S V_c W_c + \sum_{s=0}^S U_s^2 - 2\tilde{a}_r^s \sum_{s=0}^S U_s V_s - 2\frac{\tilde{a}_{R+1}^s}{2} \sum_{s=0}^S U_s W_s + (\tilde{a}_r^s)^2 \sum_{s=0}^S V_s^2 + \left(\frac{a_{R+1}^s}{2} \right)^2 \sum_{s=0}^S W_s^2 + 2\tilde{a}_r^s \frac{\tilde{a}_{R+1}^s}{2} \sum_{s=0}^S V_s W_s.$$

Минимум F_r достигается при максимальном значении слагаемых со знаком минус и при определенных значениях оценок амплитудных составляющих a_r^c , a_r^s , $a_{(R+1)/2}^c$, $a_{(R+1)/2}^s$. Получим эти оценки, дифференцируя (7) по указанным неизвестным и приравнявая нулю их частные производные.

Системы уравнений для квадратурных амплитудных составляющих сигналов будут иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial F_r}{\partial \tilde{a}_r^c} = -2 \sum_{s=0}^S U_c V_c + 2\tilde{a}_r^c \sum_{s=0}^S V_c^2 + 2\frac{\tilde{a}_{R+1}^c}{2} \sum_{s=0}^S V_c W_c = 0, \\ \frac{\partial F_r}{\partial \tilde{a}_{R+1}^c} = -2 \sum_{s=0}^S U_c W_c + 2\frac{\tilde{a}_{R+1}^c}{2} \sum_{s=0}^S W_c^2 + 2\tilde{a}_r^c \sum_{s=0}^S V_c W_c = 0, \\ \frac{\partial F_r}{\partial a_r^s} = -2 \sum_{s=0}^S U_s V_s + 2a_r^s \sum_{s=0}^S V_s^2 + 2\frac{a_{R+1}^s}{2} \sum_{s=0}^S V_s W_s = 0, \\ \frac{\partial F_r}{\partial a_{R+1}^s} = -2 \sum_{s=0}^S U_s W_s + 2\frac{a_{R+1}^s}{2} \sum_{s=0}^S W_s^2 + 2a_r^s \sum_{s=0}^S V_s W_s = 0. \end{cases}$$

Решая эти системы уравнений относительно $a_r^c, a_r^s, a_{(R+1)/2}^c, a_{(R+1)/2}^s$, например, методом Крамера, получим:

$$\tilde{a}_r^c = \frac{l_1 p_2 - f_1 l_2}{p_1 p_2 - f_1^2}, \quad \tilde{a}_{(R+1)/2}^c = \frac{l_2 p_1 - f_1 l_1}{p_1 p_2 - f_1^2},$$

$$\tilde{a}_r^s = \frac{l_3 p_4 - f_2 l_4}{p_3 p_4 - f_2^2}, \quad \tilde{a}_{(R+1)/2}^s = \frac{l_4 p_3 - f_2 l_3}{p_3 p_4 - f_2^2},$$

где $l_1 = \sum_{s=0}^S U_c V_c$; $l_2 = \sum_{s=0}^S U_c W_c$; $l_3 = \sum_{s=0}^S U_s V_s$; $l_4 = \sum_{s=0}^S U_s W_s$; $p_1 = \sum_{s=0}^S V_c^2$;
 $p_2 = \sum_{s=0}^S W_c^2$; $p_3 = \sum_{s=0}^S V_s^2$; $p_4 = \sum_{s=0}^S W_s^2$; $f_1 = \sum_{s=0}^S V_c W_c$; $f_2 = \sum_{s=0}^S V_s W_s$.

Модифицированная функция невязок с учетом полученных оценок примет вид

$$F_{m_r} = \frac{l_1^2 p_2 + l_2^2 p_1 - 2f_1 l_1 l_2}{p_1 p_2 - f_1^2} + \frac{l_3^2 p_4 + l_4^2 p_3 - 2f_2 l_3 l_4}{p_3 p_4 - f_2^2}.$$

Искомая оценка \tilde{N}_r находится отсюда перебором с заданным шагом ее возможных значений до достижения функцией F_{m_r} максимума максимумума. Определив значения \tilde{N}_r и подставив их в (6), вычислим значения разностей хода волны \tilde{A}_r для каждого из каналов решетки, после чего по (2) определяем точное значение дальности до источника юстировочного сигнала, находящегося в ближней зоне антенной системы. Аналогичным образом можно рассчитать оценки \tilde{N}_r для попарных комбинаций каналов антенной решетки с четным числом элементов.

В заключение следует отметить, что предложенный подход может быть обобщен на случай измерения скорости и угловых координат точечных источников импульсных эхо-сигналов в РЛС с ЦАР, где он может рассматриваться в качестве альтернативы традиционным методам измерения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Слюсар В. И. Коррекция характеристик приемных каналов цифровой антенной решетки по контрольному источнику в ближней зоне // Радиоэлектроника. — 2003. — № 1. — С. 44—52. (Изв. высш. учеб. заведений).
2. Слюсар В. И. Сверхрелеевское разрешение узкополосных импульсов по времени задержки // Радиоэлектроника. — 1999. — № 3. — С. 55—62. (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Варюхин В. А., Покровский В. И., Сахно В. Ф. Модифицированная функция правдоподобия в задаче определения угловых координат источников с помощью антенной решетки // Доклады АН СССР. — 1983. — Т. 270. — № 5. — С. 1092—1094.

ЦНИИ ВС Украины.

Поступила в редакцию 24.04.2001.

УДК 621.385.633

ЕЛЬЧАНИНОВ А. А., КОРОВИН С. Д., ПЕГЕЛЬ И. В., РОСТОВ В. В., РУКИН С. Н., ШПАК В. Г., ЯЛАНДИН М. И.

СВЕРХИЗЛУЧАТЕЛЬНЫЙ РЕЖИМ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЛОВ С ВЫСОКОЙ ПИКОВОЙ МОЩНОСТЬЮ МИКРОВОЛНОВЫХ ИМПУЛЬСОВ

Теоретически и экспериментально исследована генерация сверхмощных коротких микроволновых импульсов с помощью релятивистской лампы обратной волны. Для одномерной нестационарной модели найдены условия, когда пиковая мощность первого всплеска может превышать мощность электронного пучка, что подтверждено экспериментально в диапазоне генерируемых длин волн 3 см. В диапазоне длин волн 8 мм реализован импульсно-периодический режим с частотой повторения СВЧ-импульсов до 3,5 кГц, пиковой мощностью до 300 МВт и длительностью 0,25 нс.

При существенном превышении тока пучка над стартовым значением характерной особенностью переходного процесса в лампе обратной волны (ЛОВ) возникает [1] всплеск (основной импульс) с пиковой мощностью, уровень которой может многократно превышать уровень, соответствующий возможным стационарным решениям. Этот эффект, во многих работах именуемый как сверхизлучение, был подтвержден в ряде экспериментов [2—6]. В настоящее время он привлекает интерес исследователей как с точки зрения происходящих физических процессов, так и в связи с возможностью создания источников сверхмощных и коротких (нано- и субнаносекундных) импульсов СВЧ-излучения на основе компактных ускорителей электронов прямого действия. Для описания процесса передачи энергии из электронного пучка в пространственно локализованный и движущийся навстречу частицам электромагнитный пакет можно оперировать понятиями «время-мощность» или «время-конверсия», определяя коэффициент конверсии K , как отношение пиковой мощности в электромагнитном пакете к импульсной мощности электронного пучка.

Цель настоящей работы — поиск условий, в которых возможно повышение коэффициента конверсии в теоретической модели и в эксперименте.

Пусть обобщенный параметр усиления C (параметр Пирса) является малой величиной, так как только в этом случае можно рассчитывать на относительно узкий спектр $\Delta f \sim 1/t_p \sim Cf$ и длительность основного импульса t_p , существенно превышающую период высокочастотного заполнения ($t_p f \gg 1$):

$$C \equiv \left(\frac{eJ_b \hat{Z}}{2mc^2 \gamma_0^3} \right)^{1/3} \ll 1, \quad \hat{Z} = \frac{2|E_{z,-1}|^2}{k^2 |N_s|}. \quad (1)$$