

7. Jeong J., Williams W. J. Alias-free generalized discrete-time time-frequency distributions // IEEE Trans. on Signal Processing.— November 1992.— Vol. 40.— №11.— P. 2757—2765.

8. Cunningham G. S., Williams W. J. Fast implementations of generalized discrete time-frequency distributions // IEEE Trans. on Signal Processing.— June 1994.— Vol. 42.— №6.— P. 1496—1508.

Днепропетровский национальный ун-т.

Поступила после переработки 26.12.02.

УДК 621.39

СЛЮСАР В. И., УТКИН Ю. В.

### УПЛОТНЕНИЕ КАНАЛОВ СВЯЗИ НА ОСНОВЕ СВЕРХРЕЛЕЕВСКОГО РАЗРЕШЕНИЯ СИГНАЛОВ ПО ВРЕМЕНИ ПРИХОДА

Рассмотрены методы временного уплотнения узкополосных линий связи на основе сверхрелеевского разрешения импульсных сигналов.

Основным способом удовлетворения возрастающих требований к пропускной способности каналов связи традиционно является расширение их полосы пропускания. Между тем, использование процедур сверхрелеевского разрешения сигналов позволяет реализовать альтернативный подход, ориентированный на сравнительно узкополосные информационные магистрали.

Цель статьи — изложение концептуальных основ временного уплотнения информационных потоков посредством использования методов сверхрелеевского разрешения импульсных сигналов по времени прихода.

В качестве схемотехнической основы для реализации предложенных далее процедур обработки следует рассматривать технологию Software Radio [1] применительно к кабельному каналу связи (рис. 1). При этом рассмотрим случаи жесткой синхронизации каналов связи и асинхронного режима приема, которые будут существенно отличаться принципами обработки сигналов.

В первом случае синхронизирующий пакет импульсов позволяет осуществить с точностью до периода дискретизации привязку временного положения информационных бит. Это означает, что время прихода сигналов сообщений известно, естественно, при условии, что передающая сторона формирует сигналы в той же временной шкале, в которой функционирует генератор такта АЦП приемника сообщений. При справедливости сделанных допущений разнесение во времени импульсных сигналов кодированного сообщения передатчика можно осуществлять с учетом их последующего сверхрелеевского разрешения в приемнике, формируя огибающую каждого из импульсных сигналов в соответствии с заданным законом ее изменения.

Если в простейшем случае ориентироваться на амплитудное кодирование информационных сообщений, когда дискретным значениям амплитуды сигналов в передатчике ставится в соответствие та или иная кодовая комбинация информационных символов, то процедура декодирования в приемнике может свестись к тривиальной оценке амплитуды каждого из видеоимпульсов много-сигнального пакета. При детерминистском подходе искомые значения амплитуд можно определить, согласно выражению [2]:

$$\hat{a}_m = \frac{\det_m}{\det}, \quad (1)$$

$$\text{где } \det = \begin{vmatrix} K(s_1 - z_1) & K(s_1 - z_2) & \dots & K(s_1 - z_M) \\ K(s_2 - z_1) & K(s_2 - z_2) & \dots & K(s_2 - z_M) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K(s_M - z_1) & K(s_M - z_2) & \dots & K(s_M - z_M) \end{vmatrix}, m = 1, 2, \dots, M; \det_m —$$

частный определитель, полученный из det заменой соответствующего столбца вектором свободных членов  $[B] = [U_1 U_2 U_3 \dots U_M]^T$ ,  $M$  — количество импульсов в информационном сообщении,  $U_n$  —  $n$ -й из  $M$  привлеченных для обработки отсчетов напряжений по выходу аналого-цифрового преобразователя (АЦП),  $K(s_n - z_m)$  — нормированная дискретная огибающая импульсного сигнала для  $m$ -го отсчета АЦП,  $s_n$  — порядковый номер отсчета АЦП в сигнальной выборке в периодах дискретизации,  $z_m$  — положение  $m$ -го импульса во времени в периодах дискретизации АЦП (рис. 2).

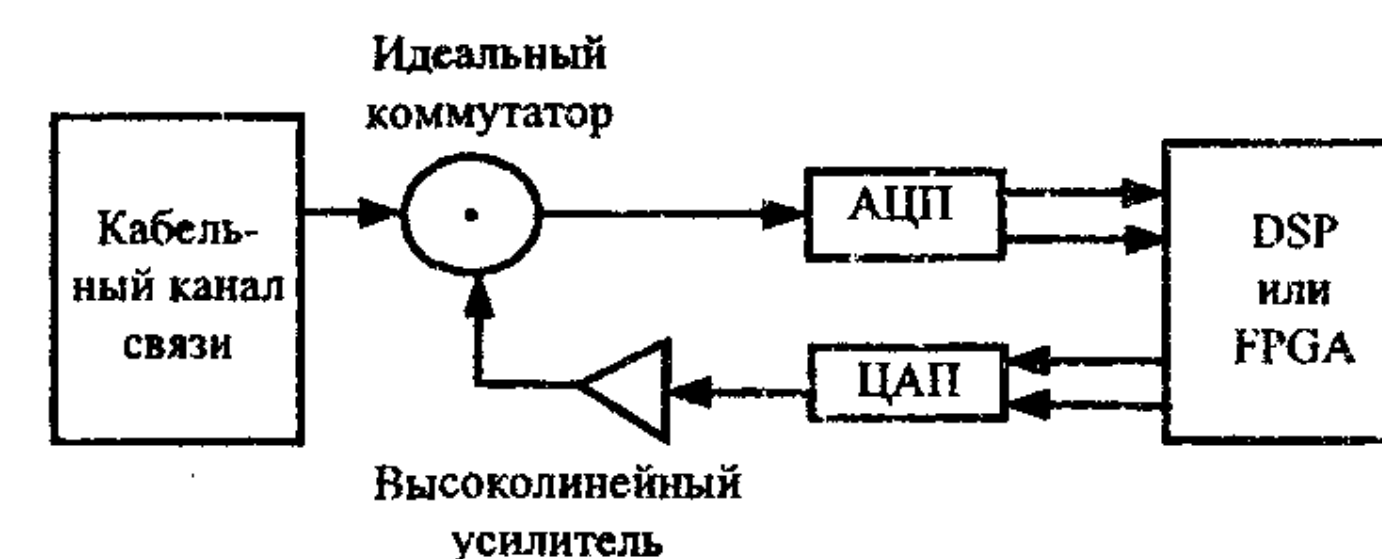


Рис. 1

Потенциальная точность определения амплитуд импульсных сигналов в синхронизированном режиме для заданной функции огибающей зависит от дисперсии шума, разнесения импульсов во времени и их длительности в отсчетах АЦП. Характерно, что на величину абсолютной погрешности измерения амплитуд, как следует из нижней границы Крамера—Рао, не влияют амплитуды импульсов.

В асинхронном режиме особенность приема сигналов состоит в неизвестном временном сдвиге первого из сигналов импульсного пакета относительно

начала измерительной выборки. При этом смещения всех остальных импульсов относительно первого полагаются известными. Для таких условий приема задаче оценки амплитуд сигналов должно предшествовать измерение времени прихода первого из импульсов кодированного сообщения. Соответствующую измерительную процедуру несложно синтезировать по аналогии с [3], на основе метода максимального правдоподобия. В общем случае для  $M$  видеоимпульсов оценку временного положения первого из сигналов пакета можно получить итерационным путем на основе максимизации функции:

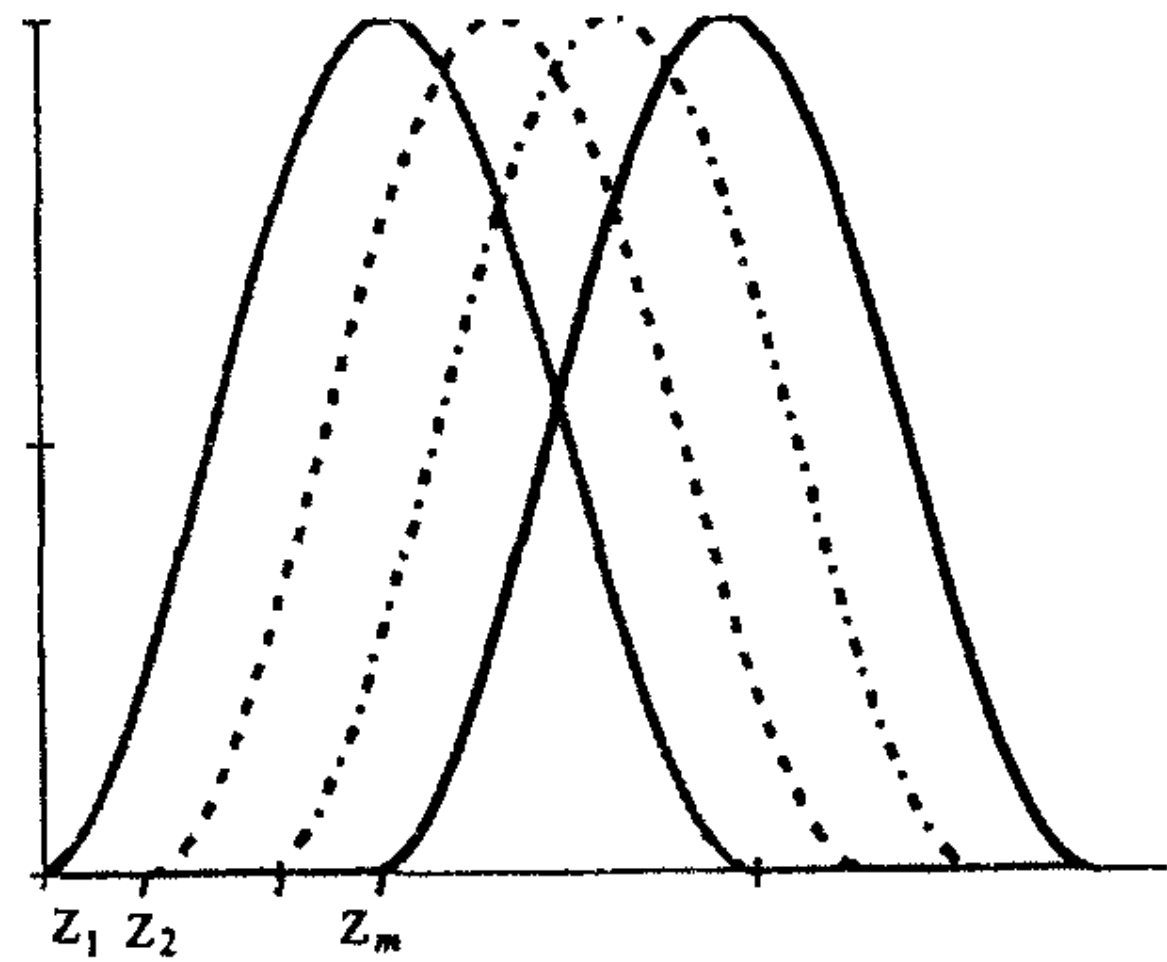


Рис. 2

$$F_M = - \begin{vmatrix} 0 & W_1 & \dots & W_M \\ W_1 & Q_{11} & \dots & Q_{1M} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ W_M & Q_{M1} & \dots & Q_{MM} \end{vmatrix} = \max, \quad (2)$$

где

$$W_n = \sum_{s=z_n}^{z_n+N-1} U_s \cdot K_{sn}, \quad Q_{mn} = Q_{nm} = \sum_{s=z_m}^{z_m+N-1} K_{sm} K_{sn},$$

$$Q_{11} = Q_{mm} = \dots = Q_{MM} = \sum_{s=z_1}^{z_1+N-1} K_{s1}^2 = \sum_{s=z_m}^{z_m+N-1} K_{sm}^2,$$

$$K_{sm} = \begin{cases} K(s - z_1 - \Delta_m) & \text{при } z_1 + \Delta_m \leq s \leq z_1 + \Delta_m + N \\ 0 & \text{при } s < z_1 + \Delta_m, s > z_1 + \Delta_m + N \end{cases} \quad \text{— нормированная}$$

дискретная функция огибающей,  $s$  — порядковый номер отсчета АЦП в сигнальной выборке в периодах дискретизации,  $z_1$  — первый из отсчетов АЦП в пределах существования первого из сигналов пакета,  $N$  — длина импульсов в отсчетах АЦП,  $\Delta_m$  — известный сдвиг  $m$ -го импульса во времени относительно первого в пакете в периодах дискретизации АЦП.

Полученные в результате максимизации (2) значения времени прихода каждого сигнала следует подставить в (1) для вычисления оценок амплитуд.

Процесс декодирования сообщений сводится к сравнению измеренных амплитуд сигналов с заданными пороговыми уровнями. При использовании в качестве физических носителей информации радиоимпульсов пропускная способность каналов связи может быть повышена за счет реализации ампли-

тудно-фазового кодирования сообщений путем постановки в соответствие квадратурным составляющим амплитуд сигналов определенных кодовых посылок. Сопутствующая такому принципу связи операция формирования квадратурных составляющих напряжений сигналов в приемнике может осуществляться в аналоговом или цифровом виде. В первом случае достаточно осуществить аналоговое перемножение принятых сигналов и опорного колебания заданной частоты с последующим аналого-цифровым преобразованием каждой их полученных квадратурных составляющих. Поскольку в зависимости от соотношения частот несущих принятых сигналов и опорного колебания сформированные квадратуры будут иметь вид радио-либо видеоимпульсов, последующие соотношения для оценок амплитудных составляющих несколько различаются от рассмотренных выше.

При видеосигнальном представлении квадратур выражение (1) трансформируется к виду [4]:

$$\hat{a}_m^{c(s)} = \frac{\det_m^{c(s)}}{\det}, \quad (3)$$

где определитель  $\det$  остается тождественным принятому в (1);  $\det_m^{c(s)}$  — частный определитель, полученный из  $\det$  заменой соответствующего столбца вектором свободных членов  $[B^c] = [U_1^c U_2^c U_3^c \dots U_M^c]^T$  или  $[B^s] = [U_1^s U_2^s U_3^s \dots U_M^s]^T$ ;  $U_n^c, U_n^s$  —  $n$ -й из  $M$  привлеченных для обработки отсчетов косинусной или синусной квадратурной составляющей напряжения по выходу аналого-цифрового преобразователя (АЦП).

Оптимизация оценок амплитуд по методу максимального правдоподобия при видеоимпульсном формате квадратур приведет к соотношению [4]

$$\hat{a}_{mopt}^{c(s)} = \frac{\det_m^{c(s)}}{\det}, \quad (4)$$

где

$$\det = \begin{vmatrix} \sum_{s=z_1}^{z_1+N-1} K_{s1}^2 & \sum_{s=z_2}^{z_2+N-1} K_{s1} K_{s2} & \dots & \sum_{s=z_M}^{z_1+N-1} K_{s1} K_{sM} \\ \sum_{s=z_2}^{z_1+N-1} K_{s1} K_{s2} & \sum_{s=z_2}^{z_2+N-1} K_{s2}^2 & \dots & \sum_{s=z_M}^{z_2+N-1} K_{s2} K_{sM} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{s=z_M}^{z_1+N-1} K_{s1} K_{sM} & \sum_{s=z_M}^{z_2+N-1} K_{s2} K_{sM} & \dots & \sum_{s=z_M}^{z_M+N-1} K_{sM}^2 \end{vmatrix},$$



$\det_m^{c(s)}$  — частный определитель, полученный из  $\det$  заменой соответствующего столбца вектором свободных членов  $[B^c] = [W_1^c W_2^c W_3^c \dots W_M^c]^T$  либо  $[B^s] = [W_1^s W_2^s W_3^s \dots W_M^s]^T$ ;  $\dot{W}_n = \sum_{s=z_n}^{z_n+N-1} (U_s^c + j \cdot U_s^s) K_{sn}$ .

В случае радиоимпульсного варианта формирования квадратурных составляющих в соотношение (4) следует подставить определитель

$$\det = \begin{vmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & \dots & Q_{1M} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & \dots & Q_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Q_{M1} & Q_{M2} & Q_{M3} & \dots & Q_{MM} \end{vmatrix} \quad (5)$$

и  $\det_m^{c(s)}$ , полученный из (5) заменой соответствующего столбца  $\{Q_{1m}, Q_{2m}, \dots, Q_{Mm}\}^T$  вектором свободных членов  $[B^c] = [W_1^c W_2^c W_3^c \dots W_M^c]^T$  или  $[B^s] = [W_1^s W_2^s W_3^s \dots W_M^s]^T$ , где

$$\dot{W}_n = \sum_{s=z_n}^{z_n+N-1} (U_s^c + j U_s^s) K_{sn}^*, Q_{mn} = Q_{nm} = \sum_{s=z_n}^{z_n+N-1} \dot{K}_{sm} K_{sn}^*,$$

$$\dot{K}_{sm} = K_{sm} \cdot \cos(\omega \cdot \Delta t (s - z_m)) + j \cdot K_{sm} \sin(\omega \cdot \Delta t (s - z_m)),$$

$K_{sm}^* = K_{sm} \cdot \cos(\omega \cdot \Delta t (s - z_m)) - j \cdot K_{sm} \sin(\omega \cdot \Delta t (s - z_m))$  — величина, комплексно-сопряженная с  $K_{sm}$ ,  $\Delta t$  — период дискретизации,  $z_m$  — известное местонахождение  $m$ -го импульса во времени в периодах дискретизации АЦП,  $z_m = z_1 + \Delta_m$ ,  $\omega$  — частота несущей радиосигнала, остальные обозначения остались теми же, что и в (1)–(4).

Аналогичным образом модифицируются и операции временной синхронизации при асинхронном приеме. Для видеоимпульсного варианта квадратурных составляющих оценка времени прихода первого из импульсов пакета может быть получена в результате максимизации функции [4]

$$F_M = \max \begin{vmatrix} 0 & W_1^* & W_2^* & \dots & W_M^* \\ \dot{W}_1 & Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1M} \\ \dot{W}_2 & Q_{21} & Q_{22} & \dots & Q_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \dot{W}_M & Q_{M1} & Q_{M2} & \dots & Q_{MM} \end{vmatrix} \quad (6)$$

$$\dot{W}_n = \sum_{s=z_n}^{z_n+N-1} (U_s^c + j U_s^s) K_{sn}, Q_{mn} = Q_{nm} = \sum_{s=z_m}^{z_m+N-1} K_{sm} K_{sn},$$

$$Q_{11} = Q_{mm} = \dots = Q_{MM} = \sum_{s=z_1}^{z_1+N-1} K_{s1}^2 = \sum_{s=z_m}^{z_m+N-1} K_{sm}^2.$$

В случае радиоимпульсов в выражение (6) следует подставить величины

$$\dot{W}_n = \sum_{s=z_n}^{z_n+N-1} (U_s^c + j U_s^s) K_{sn}^*, Q_{mn} = Q_{nm} = \sum_{s=z_m}^{z_m+N-1} \dot{K}_{sm} K_{sn}^*. \quad (7)$$

Альтернативный рассмотренному вариант формирования квадратурных составляющих в приемном устройстве состоит в использовании дискретной гильбертовской фильтрации в режиме скользящего окна по полученным в результате аналого-цифрового преобразования напряжениям сигнальной смеси. В пренебрежении переходными процессами фильтра Гильберта [5], рассмотренные операции обработки сигналов остаются в силе. Если же требуется учесть искажения на фронте и срезе огибающих радиоимпульсов, возникающие в одной из гильбертовских составляющих [5], то в соотношениях (5), (7) вместо комплексных огибающих следует использовать выражение

$$\tilde{K}_{sm} = [K_{sm}^c + j K_{sm}^s] \cdot [\cos p_{sm} + j \sin p_{sm}] =$$

$$= K_{sm}^c \cos p_{sm} - K_{sm}^s \sin p_{sm} + j [K_{sm}^s \cos p_{sm} + K_{sm}^c \sin p_{sm}]$$

и для комплексно-сопряженных с ними

$$\tilde{K}_{sm}^* = [K_{sm}^c - j K_{sm}^s] \cdot [\cos p_{sm} - j \sin p_{sm}] =$$

$$= K_{sm}^c \cos p_{sm} - K_{sm}^s \sin p_{sm} + j [K_{sm}^s \cos p_{sm} + K_{sm}^c \sin p_{sm}],$$

где

$$\dot{K}_{sm} = K_{sm}^c + j \cdot K_{sm}^s = \begin{cases} K(s - z_m), z_{kf_m} < s < z_{nr_m}, \\ K(s - z_m) + j \cdot (K(s - z_m) + \Delta K(s - z_m)), \\ z_m \leq s \leq z_{kf_m}, z_{nr_m} \leq s \leq z_{k_m}, \\ 0, s < z_m, s > z_{k_m}, \end{cases}$$

$s$  — номер комплексного отсчета;  $z_m = z_1 + \Delta_m$ ,  $z_m$  — номер первого из отсчетов АЦП в пределах существования  $m$ -го импульса;  $z_{kf_m}$  — номер последнего из отсчетов АЦП, полученных на его фронте;  $z_{nr_m}$  — номер первого из отсчетов АЦП, пришедшихся на срез  $m$ -го сигнала;  $z_{k_m}$  — момент окончания  $m$ -го импульса;  $K(s - z_m)$  — нормированная к своему максимуму дискретная оги-

бающая  $m$ -го исходного вещественного сигнала;  $\Delta K(s - z_m)$  — искажение нормированной дискретной функции огибающей за счет переходного процесса ДПГ в синусной квадратуре на фронте и срезе  $m$ -го импульса;  $p_{sm} = \omega \cdot \Delta t(s - z_m)$ ,  $\Delta t$  — период дискретизации сигнала.

В этом случае  $K_{sm}^c$ ,  $K_{sm}^s$  описывают законы изменения огибающей  $m$ -го импульса в квадратурах. Другие обозначения:

$$\begin{aligned} \dot{W}_n &= \sum_{s=s_n}^{s_n+N-1} (U_s^c + jU_s^s) \tilde{K}_{sn}^* = \sum_{s=s_n}^{s_n+N-1} \{U_s^c [K_{sn}^c \cos p_{sn} - K_{sn}^s \sin p_{sn}] + \\ &+ U_s^s [K_{sn}^s \cos p_{sn} + K_{sn}^c \sin p_{sn}] + j(U_s^s [K_{sn}^c \cos p_{sn} - K_{sn}^s \sin p_{sn}] - \\ &- U_s^c [K_{sn}^s \cos p_{sn} + K_{sn}^c \sin p_{sn}])\}, \\ \dot{Q}_{mn} &= \sum_{s=s_m}^{s_n+N-1} \tilde{K}_{sm} \tilde{K}_{sn}^* = \sum_{s=s_m}^{s_n+N-1} \{[K_{sm}^c K_{sn}^c + K_{sm}^s K_{sn}^s] \cos(p_{sm} - p_{sn}) + \\ &+ [K_{sm}^c \cdot K_{sn}^s - K_{sm}^s \cdot K_{sn}^c] \sin(p_{sm} - p_{sn})\} + j \sum_{s=s_m}^{s_n+N-1} \{[K_{sm}^c \cdot K_{sn}^c + K_{sm}^s \cdot K_{sn}^s] \times \\ &\times \sin(p_{sm} - p_{sn}) + [K_{sm}^s K_{sn}^c - K_{sm}^c K_{sn}^s] \cdot \cos(p_{sm} - p_{sn})\}. \end{aligned}$$

Процесс вхождения в связь в рамках предлагаемой концепции мало чем отличается от традиционных подходов. При этом для повышения эффективности работы в условиях помех подаче модулированных сигналов должна предшествовать оценка помеховой обстановки на линии связи. С этой целью в отсутствие сигналов передатчика можно произвести замер амплитудных составляющих помех, по результатам которого соответствующим образом адаптировать уровень модулированных сигналов.

Оценку вносимых линией паразитных искажений, возникающих, например, за счет переотражений, целесообразно осуществлять по тестовым сигналам передатчика, квадратурные составляющие которых имеют фиксированные, известные приемной стороне значения. При этом в качестве тестового можно использовать импульсный пакет с минимум двумя сигналами ненулевой амплитуды.

Для оценки предельных возможностей рассмотренного подхода по повышению пропускной способности узкополосных каналов связи могут использоваться методики, рассмотренные в [6], [7] применительно к радиолокационным задачам. Отличие состоит в том, что при формировании нижней границы Крамера—Рао для дисперсии несмещенных оценок амплитуд импульсных сигналов в зависимости от синхронизированного либо асинхронного режима

приема производные функционала правдоподобия по времени прихода сигналов не используются вовсе либо подставляются только для первого из импульсов.

В качестве примера использования такой методики анализа предельных возможностей временного уплотнения каналов связи в режиме жесткой синхронизации можно привести результаты исследования зависимости среднеквадратических ошибок (СКО) оценивания амплитуд видеоимпульсов с огибающими  $\sin^2 x$ , равномерно расположенных в пакете на интервале существования первого из сигналов.

Полагая, что для надежного декодирования информационного сообщения интервал между соседними уровнями амплитуд сигналов должен превышать 6 СКО их оценок ( $\sigma_{a_m}$ ), рассмотрим случай 4-разрядного амплитудного кодирования, когда весь диапазон возможных значений нормированных амплитуд разбивается на 16 дискретов  $\Delta_{a_m}$ . При заданном отношении сигнал/шум предельное уплотнение импульсов по времени прихода  $\Delta z_m$  будет определяться путем перебора возможных временных сдвигов между ними до момента нарушения хотя бы по одному из сигналов условия  $\Delta_{a_m} \geq 6 \cdot \sigma_{a_m}$ .

Для случая равномерного расположения трех и более импульсов в пакете определяющей при этом будет СКО оценок амплитуд внутренней группы сигналов, условия измерения которых при большом числе наложений и достаточно протяженном импульсе будут наилучшими. Кстати, это обстоятельство можно принять во внимание при выборе шага квантования амплитудных составляющих в процессе кодирования сообщений: для импульсов в центре пакета градации амплитуды целесообразно задавать меньшими, чем для окаймляющих сигналов, адаптивно переходя, например для 8 импульсного пакета, от 4PSK-модуляции центральной группы сигналов к 16PSK-кодированию на периферии.

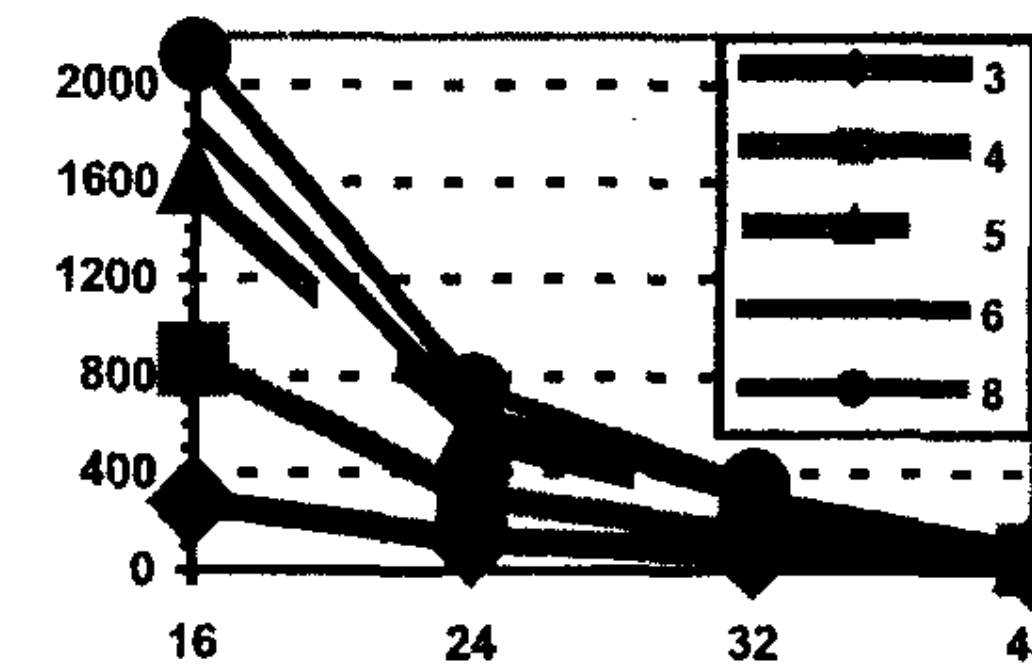


Рис. 3

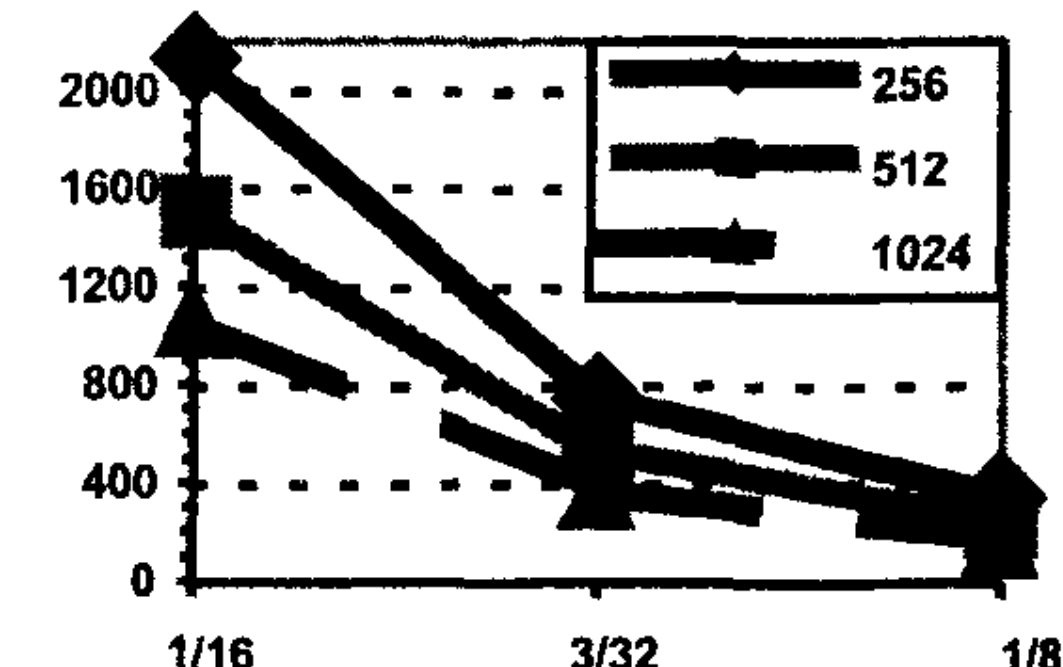


Рис. 4

Результаты применения указанной методики анализа предельного временного уплотнения каналов связи для трех — восьми импульсов 256-отсчетной длительности представлены на рис. 3, где проиллюстрированы зависимо-



сти требуемой амплитуды импульсов (вертикальная ось) от временного сдвига между сигналами в отсчетах АЦП (горизонтальная ось) при единичной дисперсии шума. Расчет зависимостей осуществлялся с помощью пакета Mathcad2001 с учетом СКО ошибки измерения амплитуды центрального импульса в сигнальном пакете. В случае восьми сигналов, расположенных с интервалом в 24 отсчета АЦП, требуемое отношение сигнал-шум составляет 750 раз по напряжению. С учетом соблюдения равенства среднеквадратического отклонения шума кванту АЦП в этом случае для реализации 8-импульсного уплотнения достаточно воспользоваться 12-разрядным аналого-цифровым преобразователем.

При анализе влияния длительности сигналов на предельные показатели пропускной способности рассмотренных методов обработки удобно выразить временной интервал между импульсами пакета в долях их длительности. На рис. 4 представлены полученные расчетным путем зависимости нормированного предельного временного сдвига между восемью сигналами от отношения сигнал/шум по напряжению для нескольких значений длительности сигналов  $N$  в отсчетах АЦП ( $N = 256, 512, 1024$ ). Нетрудно заметить, что с увеличением длительности сигнала требования к отношению сигнал/шум снижаются, что позволяет осуществлять более плотную расстановку импульсов вдоль временной оси либо использовать АЦП меньшей разрядности.

Приведенные результаты свидетельствуют о возможности многократного увеличения пропускной способности узкополосных каналов связи на основе рассмотренных в статье методов обработки сигналов.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Слюсар В. И. Идеология построения мультистандартных базовых станций перспективных систем связи // Радиоэлектроника. — 2001. — № 4. — С. 3—12. (Изв. вузов).
2. Слюсар В. И. Спосіб часового ущільнення вузькосмугових інформаційних каналів. — Заявка на винахід № 2001106762 від 03.10.2001 р. — Укрпатент.
3. Слюсар В. И. Синтез алгоритмов измерения дальности  $M$ -источников при дополнительном стробировании отсчетов АЦП // Радиоэлектроника. — 1996. — № 5. — С. 55—62. (Изв. вузов).
4. Слюсар В. И., Уткін Ю. В. Спосіб часового ущільнення вузькосмугових інформаційних каналів. — Заявка на винахід № 2001117511 від 05.11.2001 р. — Укрпатент.
5. Слюсар В. И. Дискретная гильбертовская фильтрация импульсных сигналов // Радиоэлектроника. — 1997. — № 10. — С. 70—72. (Изв. вузов).
6. Слюсар В. И. Информационная матрица Фишера для моделей систем, базирующихся на торцевых произведениях матриц // Кибернетика и системный анализ. — 1999. — № 4. — С. 141—149.
7. Слюсар В. И. Предельное разрешение дальномерных процедур максимального правдоподобия // Радиоэлектроника. — 1998. — № 11. — С. 39—45. (Изв. вузов).

ЦНИИ вооружения и военной техники, г. Киев.

Поступила в редакцию 18.02.02.

#### МЕТОДЫ ДИНАМИЧЕСКИХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК В АНАЛИЗЕ АВТОРЕГРЕССИОННЫХ ФИЛЬТРОВ

Выполнен сравнительный анализ двух методов построения динамических частотных характеристик авторегрессионных фильтров при ограниченной выборке входного сигнала: метода Флетчера и метода ограничения бесконечной импульсной характеристики. Рассмотрены вопросы выбора порядка фильтра с учетом переходного процесса. Показано, что при инициализации (предустановке) фильтра достигается повышение эффективности обработки и моделирования сигналов, сокращается длительность переходного процесса.

В задачах цифровой обработки сигналов широко применяются параметрические модели, в частности модели авторегрессии (АР), скользящего среднего (СС) и авторегрессии-скользящего среднего (АРСС). Они используются как для цифрового спектрального анализа выборочных данных, так и для создания моделирующих и обрабатывающих фильтров. Модель АРСС для временного ряда  $y[n]$  определяется следующим разностным уравнением [1]:

$$y[n] = -\sum_{k=1}^p a[k]y[n-k] + \sum_{k=0}^q b[k]x[n-k] = \sum_{k=0}^{\infty} h[k]x[n-k]$$

где  $x[n]$  — входная возбуждающая последовательность;  $a[k]$ ,  $b[k]$  — комплексные АР- и СС-коэффициенты соответственно,  $h[k]$  — отсчеты импульсной характеристики.

Спектральная плотность мощности (СПМ) выходного процесса модели полностью описывается параметрами модели. Для АРСС-фильтра СПМ  $P_{ARMA}(f)$  аналитически записывается как [1]:

$$P_{ARMA}(f) = \frac{\left| 1 + \sum_{k=1}^q b[k] \exp(-j2\pi f k T) \right|^2}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p a[k] \exp(-j2\pi f k T) \right|^2}, \quad (1)$$

где  $T$  — период следования отсчетов сигнала,  $f$  — частота.

Будем полагать статической частотную характеристику АРСС-фильтра, полученную аналитически (1). Необходимо отметить, что СПМ процесса на выходе фильтра, соответствующая  $P_{ARMA}(f)$ , достигается асимптотически при стремлении к бесконечности числа элементов входной последовательности. При ограниченной выборке качество модели снижается. Удобным инструментом для анализа и контроля качества модели при ограниченной выборке