

Уравнение (5б) при использовании упорядочения по Адамару дает базовую матрицу  $\overline{A}_\xi$ , которая является блочно-диагональной. В отличие от преобразования Фурье, для которого каждая трансформанта (гармоника) приводит к независимой от других гармонической реакции той же частоты (базовая матрица — диагональная), преобразование Уолша—Адамара позволяет анализировать линейную систему для групп трансформант (отдельно для первой, совместно для второй и третьей, для четвертой — седьмой и т. д.).

В заключение отметим, что математический аппарат решения дифференциальных уравнений в базисах ортогональных преобразований с действительным ядром может оказаться предпочтительнее аппарата преобразования Фурье, когда существует необходимость в единстве понятий как при кодировании, сжатии и архивации сигналов, так и при анализе системы, через которую данный сигнал проходит.

Следует также подчеркнуть, что широкое распространение преобразования Фурье связано с наличием простого математического выражения теоремы о свертке оригиналов, позволяющей для инвариантных относительно аргумента (времени, координаты пространства) линейных систем осуществить простой переход от временных (или пространственных) представлений к спектральным. Однако в линейных системах, неинвариантных относительно натуральных координат (аргументов), аппарат преобразования Фурье оказывается менее эффективным, чем преобразования с действительным ядром.

Успех решения уравнений (5) зависит от эффективности алгоритмов обращения базовых матриц, что будет рассмотрено в следующей статье.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ахмед Н., Рао К. Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов : Пер. с англ. под ред. И. Б. Фоменко.— М. : Связь, 1980.— 248 с.

Киевский политехнический ин-т.

Поступила после переработки 04.11.03.

УДК 621.39

СЛЮСАР В. И., КОЗЛОВ А. Ф.

### ИЗМЕРЕНИЕ ПАРЦИАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НАПРАВЛЕННОСТИ ПРИЕМНЫХ КАНАЛОВ ЦИФРОВЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

Предложен способ измерения характеристик направленности приемных каналов цифровой антенной решетки в случае их неидентичности.

Прецизионное измерение параметров эхо-сигналов в цифровых антенных решетках (ЦАР) предполагает знание парциальных характеристик направленности (ХН) приемных каналов. Для оценивания ХН применительно к фазированным антенным решеткам (ФАР) существует обширный арсенал методов. Однако, их применение в случае ЦАР не представляется возможным в силу схемотехнических различий в указанных классах антенных систем. Объясняется это прежде всего спецификой аналитического описания откликов приемных каналов ФАР, которое, согласно [1], для момента времени  $s$  сводится к суммарному напряжению вида:

$$y_s = \sum_{n=0}^{N-1} C_n a_n + \varepsilon_s,$$

где  $C_n$  — известные коэффициенты;  $a_n$  — амплитуда возбуждения  $n$ -го канала;  $\varepsilon_s$  — погрешность измерения.

Суммирование напряжений каналов в ФАР с формированием лишь нескольких лучей не позволяет измерить ХН всей совокупности  $N$  каналов по одному временному отсчету. В ЦАР отклик каждого первичного канала существует автономно и может быть выражен независимо от напряжений других каналов. Поэтому используемый в [2] прием оценивания ХН решением системы уравнений, составленных по напряжениям приемных каналов, в условиях ЦАР можно применить только после кардинальной модификации.

В целом известные способы оценивания ХН, как правило, ориентированы на «хорошо стабилизированный» источник контрольного сигнала [2, 3] либо по отношению к ЦАР не являются оптимальными и сопровождаются большими погрешностями. Поэтому представляет интерес получение процедур измерения характеристик направленности первичных каналов приемной ЦАР, обеспечивающих при недостаточной стабильности источника тест-сигнала точность оценивания, близкую к потенциальной.

Отметим, что предлагаемые ниже алгоритмы могут быть использованы как в рамках метода неподвижной антенны, так и при ее вращении [2]. Поэтому в последующих выкладках данное обстоятельство особо оговариваться не будет. Что касается самой цифровой антенной решетки, то в качестве таковой будем подразумевать ее вариант, сводящийся к линейке эквидистантно расположенных элементов.

При вещественном описании характеристик направленности в подобной антенне напряжение контрольного сигнала по выходу  $k$ -го приемного канала в  $s$ -й момент времени может быть записано в виде:

$$\dot{U}_{k_s} = U_{k_s}^c + jU_{k_s}^s = \dot{a}_s F_k(x) \exp(jx_k) + \dot{n}_{k_s}, \quad (1)$$

где  $\hat{a}_s = a_s^c + ja_s^s$  — комплексная амплитуда тестирующего сигнала в  $s$ -й момент времени ( $a_s^c = a \cdot \cos \varphi$  и  $a_s^s = a \cdot \sin \varphi$  — квадратурные составляющие,  $\varphi$  — начальная фаза сигнала);  $F_k(x)$  — значение характеристики направленности  $k$ -го первичного канала в направлении  $x$ ;  $x_k = x(k-1)$ ,  $x = (2\pi/\lambda)d \sin \theta$  — обобщенная угловая координата контрольного источника относительно нормали к ЦАР,  $\lambda$  — длина волны контрольного сигнала;  $d$  — расстояние между элементами эквидистантной решетки;  $\theta$  — отклонение от нормали к решетке направления на источник тестирующего сигнала;  $\hat{n}_{k_s}$  — комплексное значение шума в  $s$ -м отсчете АЦП.

Воспользовавшись для синтеза измерительной процедуры методом наименьших квадратов (МНК), минимизируем относительно неизвестных  $a_s^c$ ,  $a_s^s$  и  $F_k(x)$  следующий функционал:

$$M = \sum_{k=1}^K \left\{ U_{k_s}^c - F_k(x) [a_s^c \cos x_k - a_s^s \sin x_k] \right\}^2 + \sum_{k=1}^K \left\{ U_{k_s}^s - F_k(x) [a_s^c \sin x_k + a_s^s \cos x_k] \right\}^2 = \min, \quad (2)$$

который получается из (1) на основе тригонометрических тождеств.

При этом возможны несколько подходов. Суть первого из них, согласно [4], заключается в замене (2) его информационным эквивалентом:

$$\tilde{M} = \hat{a}_s^c \sum_{k=1}^K F_k(x) [U_{k_s}^c \cos x_k + U_{k_s}^s \sin x_k] + \hat{a}_s^s \sum_{k=1}^K F_k(x) [U_{k_s}^s \cos x_k - U_{k_s}^c \sin x_k] = \max. \quad (3)$$

В результате, используя оценки  $\hat{a}_s^c$ ,  $\hat{a}_s^s$ , удовлетворяющие условию (2), несложно модифицировать вариант (3) как:

$$\tilde{M} = \left[ \left\{ \sum_{k=1}^K F_k(x) [U_{k_s}^c \cos x_k + U_{k_s}^s \sin x_k] \right\}^2 + \left\{ \sum_{k=1}^K F_k(x) [U_{k_s}^s \cos x_k - U_{k_s}^c \sin x_k] \right\}^2 \right] \cdot \left[ \sum_{k=1}^K F_k^2(x) \right]^{-1} = \max. \quad (4)$$

Таким образом, можно полагать, что задача измерения характеристик направленности свелась к поиску максимума выражения (4), например, перебором возможных значений  $F_k(x)$ . Поскольку диапазон изменений  $F_k(x)$  естественно ограничить интервалом от 0 до 1, то указанный поиск при небольшом

числе первичных каналов вполне может быть реализован на существующей вычислительной технике, тем более, что решение этой задачи не требует соблюдения реального масштаба времени.

Для большого числа приемных элементов ЦАР интерес представляет другой, неитерационный подход. В основе его лежит оценивание не абсолютных значений характеристик направленности, а их относительных величин, нормированных к характеристике реперного канала.

В качестве последнего может быть выбран произвольный  $r$ -й приемник ЦАР, причем для любого направления  $x$  удобно полагать, что характеристика реперного канала  $F_r(x) = 1$ . С учетом этого искомые оценки  $F_k(x)$  остальных каналов определяются из (2) решением уравнения  $\partial M / \partial F_k(x) = 0$ .

В итоге получаем:

$$F_k(x) = \frac{\hat{a}_s^c [U_{k_s}^c \cos x_k + U_{k_s}^s \sin x_k] + \hat{a}_s^s [U_{k_s}^s \cos x_k - U_{k_s}^c \sin x_k]}{\hat{a}_s^{c^2} + \hat{a}_s^{s^2}},$$

где в качестве значений квадратурных составляющих амплитуды  $\hat{a}_s^c$  и  $\hat{a}_s^s$  можно использовать одноотсчетные оценки МНК вида:

$$\begin{cases} \hat{a}_s^c = U_{r_s}^c \cos x_r + U_{r_s}^s \sin x_r, \\ \hat{a}_s^s = U_{r_s}^s \cos x_r - U_{r_s}^c \sin x_r, \end{cases} \quad (5)$$

полученные по напряжениям реперного канала ЦАР с номером  $r$ .

Более сложным является решение задачи оценивания характеристик в случае их комплексного представления. При этом отклик приемного канала на контрольный сигнал аналитически выразится следующим образом:

$$\dot{U}_{k_s} = U_{k_s}^c + jU_{k_s}^s = \dot{a}_s \dot{F}_k(x) \exp(jx_k) + \dot{n}_{k_s}, \quad (6)$$

где  $\dot{F}_k(x) = F_k^c(x) + j \cdot F_k^s(x)$ ,  $F_k^c(x)$ ,  $F_k^s(x)$  — квадратурные составляющие комплексной характеристики направленности  $k$ -го элемента ЦАР.

Вследствие недоопределенности системы уравнений, которую можно сформировать по напряжениям первичных каналов (6), одноотсчетная процедура измерения характеристик  $F_k(x)$  реализуется только путем привязки их значений к параметрам реперного канала. Памятуя об этом, оценим квадратурные составляющие характеристик первичных каналов  $F_k^c(x)$  и  $F_k^s(x)$  с помощью МНК. Минимизируя соотношение

$$M = \sum_{k=1}^K \left\{ U_{k_s}^c - [a_s^c F_k^c(x) - a_s^s F_k^s(x)] \cos x_k + [a_s^s F_k^c(x) - a_s^c F_k^s(x)] \sin x_k \right\}^2 +$$

$$+ \sum_{k=1}^K \left\{ U_{k_s}^s - [a_s^c F_k^c(x) - a_s^s F_k^s(x)] \sin x_k - [a_s^s F_k^c(x) - a_s^c F_k^s(x)] \cos x_k \right\}^2 = \min,$$

после ряда несложных выкладок получаем

$$\begin{cases} F_k^c(x) = \frac{\hat{a}_s^c [U_{k_s}^c \cos x_k + U_{k_s}^s \sin x_k] + \hat{a}_s^s [U_{k_s}^s \cos x_k - U_{k_s}^c \sin x_k]}{\hat{a}_s^{c^2} + \hat{a}_s^{s^2}}, \\ F_k^s(x) = \frac{\hat{a}_s^c [U_{k_s}^s \cos x_k - U_{k_s}^c \sin x_k] - \hat{a}_s^s [U_{k_s}^c \cos x_k + U_{k_s}^s \sin x_k]}{\hat{a}_s^{c^2} + \hat{a}_s^{s^2}}, \end{cases}$$

где в качестве оценок амплитуд по-прежнему используются выражения (5).

Очевидным недостатком всех одноотсчетных алгоритмов является уязвимость операции оценивания амплитудных составляющих контрольного сигнала (5) от воздействия шумовых выбросов вследствие отсутствия усреднения нескольких реализаций. Поэтому для повышения точности измерения характеристик предпочтительнее задействовать серию отсчетов АЦП.

На практике этот подход может выглядеть так. В каждом из первичных каналов ЦАР по  $T$  последовательным временным отсчетам комплексных напряжений сигнала строится система частотных фильтров, например, посредством операции БПФ, сопутствующей методу OFDM-связи.

В реперном канале по откликам фильтров для каждого направления  $x$  любым известным способом оценивается частота сигнала  $\omega$  и далее — амплитуда сигнала контрольного источника. Оценка частоты может не проводиться если в качестве контрольного сигнала используется пилотный сигнал OFDM-пакета, приходящийся на максимум АЧХ фильтра БПФ, и гарантируется высокая стабильность частоты.

Квадратурные составляющие амплитуд сигнала могут быть получены, в частности, в рамках МНК в предположении, что  $F_r(x) = 1$ :

$$\hat{a}^c = \frac{\sum_{t=1}^T f_t(\omega) \{ U_{r_t}^c \cos x_r + U_{r_t}^s \sin x_r \}}{\sum_{t=1}^T f_t^2(\omega)},$$

$$\hat{a}^s = \frac{\sum_{t=1}^T f_t(\omega) \{ U_{r_t}^s \cos x_r - U_{r_t}^c \sin x_r \}}{\sum_{t=1}^T f_t^2(\omega)},$$

где  $f_t(\omega) = \sin T(\omega - \omega_t) / \sin(\omega - \omega_t)$ ,  $\omega_t$  — «резонансная» частота  $t$ -го БПФ-фильтра,  $U_{r_t}^{c(s)}$  — квадратурные составляющие напряжения отклика  $t$ -го частотного фильтра  $r$ -го приемного канала ЦАР, рассматриваемого в качестве реперного, или

$$\hat{a}^c = \frac{U_{r_t}^c \cos x_r + U_{r_t}^s \sin x_r}{T}; \quad \hat{a}^s = \frac{U_{r_t}^s \cos x_r - U_{r_t}^c \sin x_r}{T}, \quad (7)$$

если используется сигнал из ортогональной частотной сетки.

Далее по известным значениям амплитудных составляющих  $\hat{a}_s^c$ ,  $\hat{a}_s^s$  и частоте  $\omega$  контрольного сигнала вычисляются относительные значения характеристик направленности  $k - 1$  каналов, нормированные к величине  $F_r(x)$ . Используя, например, МНК, для вещественного представления характеристики направленности соответствующую оценку получим в виде

$$F_{k \neq r}(x) = \frac{\sum_{t=1}^T f_t(\omega) \left\{ \hat{a}^c [U_{k_t}^c \cos x_k + U_{k_t}^s \sin x_k] + \hat{a}^s [U_{k_t}^s \cos x_k - U_{k_t}^c \sin x_k] \right\}}{\left( \hat{a}^{c^2} + \hat{a}^{s^2} \right) \cdot T^2}$$

или, применительно к резонансной для  $t$ -го БПФ-фильтра частоте,

$$F_{k \neq r}(x) = \frac{\hat{a}^c [U_{k_t}^c \cos x_k + U_{k_t}^s \sin x_k] + \hat{a}^s [U_{k_t}^s \cos x_k - U_{k_t}^c \sin x_k]}{\left( \hat{a}^{c^2} + \hat{a}^{s^2} \right) \cdot T}$$

Следует указать, что подобные методы измерения легко обобщаются на случай плоской ЦАР, хотя при этом задача их реализации существенно усложняется технически. Аналогичные процедуры могут быть синтезированы и по откликам вторичных каналов. Однако, по объему вычислительных операций они заметно уступают приведенным, в силу чего ориентация на первичные каналы предпочтительнее.

Наконец, заслуживает внимания еще одна деталь. Многоотсчетные процедуры типа (7), как, впрочем, и все одноотсчетные, эффективны лишь в том случае, когда при переходе от одного направления к другому частота контрольного сигнала не изменяется, либо в диапазоне ее флюктуаций АЧХ всех приемных каналов остаются практически одинаковыми. В противном случае оценивание парциальных ХН будет сопровождаться систематическими погрешностями, тем большими, чем выше неидентичность АЧХ.

Одним из путей решения этой проблемы является применение так называемой частотной коррекции ЦАР. В основе ее лежит предварительный расчет

коэффициентов коррекции откликов первичных каналов для каждой из возможных частот или их групп по контрольному источнику, расположенному на нормали к ЦАР. Некоторые из корректирующих процедур подробно изложены в [5]. Суть их увязки с оцениванием ХН сводится к следующему.

В интересующем диапазоне частот для каждого первичного канала относительно реперного по пилот-сигналу с нормали ЦАР определяют коэффициенты коррекции. В качестве пилотных могут использоваться гармонические колебания [5], радиоимпульсы либо  $\delta$ -импульс без несущей. Применение последнего предпочтительно, поскольку позволяет за один прием оценить АЧХ всех каналов в широком диапазоне частот.

В режиме измерения ХН, по откликам реперного канала определяют частоту сигнала зондирующего генератора и далее взвешивают выходные напряжения остальных приемных элементов на соответствующие коэффициенты коррекции. Откорректированные таким образом напряжения используются в последующих вычислительных операциях по замеру ХН для угловых направлений, отличных от нормали к решетке. Фактически измерение ХН парциальных каналов ЦАР позволяет оценить их взаимную неидентичность для различных углов приема сигналов.

Подводя итог, следует указать, что работоспособность представленных алгоритмов подтверждена экспериментально с помощью действующего лабораторного макета ЦАР. Помимо задач пеленгации радиолокационных источников, данные методы представляют самостоятельный интерес и могут быть использованы для контроля качества приемных каналов ЦАР различного назначения как на стадии их производства, так и в процессе эксплуатации.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Коммутационный метод измерения характеристик ФАР / Г. Г. Бубнов, С. М. Никулин и др. — М. : Радио и связь, 1988. — 120 с.
2. Румянцев Р. И. Метод повышения точности измерений характеристик антенн // Радиотехника. — 1990. — № 8. — С. 51—53.
3. Павлова В. А., Рубинштейн Г. Н., Сенчило А. Я. Анализ диаграмм направленности рупорно-параболической антенны на частотах гармоник // Радиотехника, 1977. — Т. 32. — № 5. — С. 52—56.
4. Варюхин В. А., Покровский В. И., Сахно В. Ф. Модифицированная функция правдоподобия в задаче определения угловых координат источников с помощью антенной решетки // Доклады АН СССР, 1983. — Т. 270. — № 5. — С. 1092—1094.
5. Патент РФ на изобретение № 2103768. МПК<sup>6</sup> H01Q 3/36, 29/10. Способ коррекции амплитудно-фазовых характеристик первичных каналов плоской цифровой антенной решетки / В. И. Слюсар, В. И. Покровский, В. Ф. Сахно. — Заявл. 16.10.92. — Опубл. 27.01.98. — БИ. — № 3.

г. Киев.

Поступила в редакцию 18.11.03.