

КОМПЛЕКСНО-СОПРЯЖЕННАЯ КОМПОНЕНТА СИГНАЛА ПРИ НЕ-
ИДЕНТИЧНОСТИ ДЖИТТЕРА АЦП В КВАДРАТУРНЫХ КАНАЛАХ ФАЗО-
ВОГО ДЕТЕКТОРА С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ СТРОБИРОВАНИЕМ

Бондаренко М.В.¹, Копиевская В.С.², Слюсар В.И.²

¹ООО «Пульсар»,

49044, г. Днепропетровск, ул. Рогалева, 9

²Центральный научно-исследовательский институт вооружения и военной техники
Вооруженных Сил Украины

03040, г. Киев, Воздухофлотский проспект, 28

e-mail: swadim@inbox.ru

The given work is devoted to the research of influence of nonidentical ADC jitter at I/Q demodulator. A method of estimation of signal's conjugate components for case of nonidentical ADC jitter at I/Q demodulator is synthesized. The results of computational modeling are given.

Традиционный для радиотехнических приложений квадратурный вариант построения приемных каналов с аналого-цифровым преобразованием косинусной и синусной составляющих сигнальной смеси, как известно, нуждается в высокой идентичности характеристик передачи квадратурных аналоговых трактов. В противном случае вследствие различий в комплексных коэффициентах передачи квадратурных подканалов возникают комплексно-сопряженные компоненты (КСК) сигнальных откликов, эффект от воздействия которых аналогичен влиянию активных помех.

Вместе с тем, наряду с выдвиганием требований к идентичности указанных детерминированных характеристик приемных трактов следует обращать внимание и на их статистические параметры, формулируя требования, например, к идентичности дисперсий джиттера АЦП квадратурных подканалов. Поскольку ранее в литературе не уделялось внимания исследованию влияния неидентичности величины джиттера на уровень КСК сигнального отклика по выходу цифровых фазовых детекторов (демодуляторов), целью доклада является рассмотрение теории данного вопроса с выводом соотношений для оценки уровня КСК.

Пусть на входах квадратурного аналого-цифрового преобразователя (АЦП) присутствует комплексный гармонический сигнал

$$u(t) = A \cos(\omega t + \varphi) + jA \sin(\omega t + \varphi). \quad (1)$$

Предположим, что сигнал (1) дискретизируется АЦП с джиттером. Запишем результат дискретизации в виде:

$$u_n = A \cos(\omega n(T + \tau_{C,n}) + \varphi) + \eta_{C,n} + jA \sin(\omega n(T + \tau_{K,n}) + \varphi) + j\eta_{K,n}, \quad (2)$$

где $\tau_{C,n}$ и $\tau_{K,n}$ - отсчеты джиттера в синфазном и квадратурном каналах, соответственно; $\eta_{C,n}, \eta_{K,n}$ - отсчеты аддитивного шума в синфазном и квадратурном каналах; T - период дискретизации АЦП; $j = \sqrt{-1}$.

Опишем результат работы цифрового фазового детектора с дополнительным стробированием [1] следующим образом:

$$U_m = \sum_{k=0}^{N-1} u_{k+mN} \exp(-j\omega_0 T(k + Nm)), \quad (3)$$

где ω_0 - частота опорного сигнала на выходе цифрового гетеродина.

Рассмотрим математическое ожидание величины U_m

$$E\{U_m\} = \sum_{k=0}^{N-1} E\{u_{k+mN}\} \exp(-j\omega_0 T(k + Nm)). \quad (4)$$

Учитывая выражение, полученное в [2]:

$$E\{A \sin(\omega n(T + \tau) + \varphi)\} = A \exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_\tau^2) \sin(\omega T n + \varphi), \quad (5)$$

и предполагая, что дисперсии величин $\tau_{C,n}$ и $\tau_{K,n}$ равны, соответственно, $\sigma_{C,\tau}^2$ и $\sigma_{K,\tau}^2$, а средние значения $\tau_{C,n}$, $\tau_{K,n}$ и отсчетов аддитивного шума равны нулю, перепишем выражение (4) в следующем виде:

$$E\{U_m\} = \sum_{k=0}^{N-1} \left(A \exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{C,\tau}^2) \cos(\omega T(k + Nm) + \varphi) + jA \exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{K,\tau}^2) \sin(\omega T(k + Nm) + \varphi) \right) \exp(-j\omega_0 T(k + Nm)). \quad (6)$$

Раскрывая скобки, преобразуем (6) к виду:

$$\begin{aligned} E\{U_m\} &= A \exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{C,\tau}^2) \sum_{k=0}^{N-1} \cos(\omega T(k + Nm) + \varphi) \cos(\omega_0 T(k + Nm)) + \\ &+ A \exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{K,\tau}^2) \sum_{k=0}^{N-1} \sin(\omega T(k + Nm) + \varphi) \sin(\omega_0 T(k + Nm)) - \\ &+ jA \exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{K,\tau}^2) \sum_{k=0}^{N-1} \sin(\omega T(k + Nm) + \varphi) \cos(\omega_0 T(k + Nm)) - \\ &- jA \exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{C,\tau}^2) \sum_{k=0}^{N-1} \cos(\omega T(k + Nm) + \varphi) \sin(\omega_0 T(k + Nm)). \end{aligned} \quad (7)$$

Используя известные тригонометрические тождества [3], преобразуем (7) следующим образом:

$$\begin{aligned} E\{U_m\} &= \frac{A}{2} (\exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{C,\tau}^2) + \exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{K,\tau}^2)) \sum_{k=0}^{N-1} \cos((\omega - \omega_0)T(k + Nm) + \varphi) + \\ &+ \frac{A}{2} (\exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{C,\tau}^2) - \exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{K,\tau}^2)) \sum_{k=0}^{N-1} \cos((\omega + \omega_0)T(k + Nm) + \varphi) + \\ &+ j \frac{A}{2} (-\exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{C,\tau}^2) + \exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{K,\tau}^2)) \sum_{k=0}^{N-1} \sin((\omega + \omega_0)T(k + Nm) + \varphi) \\ &+ j \frac{A}{2} (\exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{K,\tau}^2) + \exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{C,\tau}^2)) \sum_{k=0}^{N-1} \sin((\omega - \omega_0)T(k + Nm) + \varphi). \end{aligned} \quad (8)$$

Для сокращения записи введем обозначения

$$B(1 + \alpha) = \frac{A}{2} \exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{C,\tau}^2); \quad B = \frac{A}{2} \exp(-2^{-1} \omega^2 \sigma_{K,\tau}^2). \quad (9)$$

Окончательно перепишем (8) как

$$\begin{aligned} E\{U_m\} &= B(2 + \alpha) \sum_{k=0}^{N-1} \cos((\omega - \omega_0)T(k + Nm) + \varphi) + B\alpha \sum_{k=0}^{N-1} \cos((\omega + \omega_0)T(k + Nm) + \varphi) - \\ &- jB\alpha \sum_{k=0}^{N-1} \sin((\omega + \omega_0)T(k + Nm) + \varphi) + jB(2 + \alpha) \sum_{k=0}^{N-1} \sin((\omega - \omega_0)T(k + Nm) + \varphi) = \\ &= B(2 + \alpha) \sum_{k=0}^{N-1} \exp(j(\omega - \omega_0)T(k + Nm) + \varphi) + B\alpha \sum_{k=0}^{N-1} \exp(-j(\omega + \omega_0)T(k + Nm) + \varphi) \end{aligned} \quad (10)$$

Используя формулы [4, п.1.341, пп.1 и 3] для сумм экспонент, преобразуем выражение (10):

$$\begin{aligned}
E\{U_m\} = & B(2 + \alpha) \frac{\sin\left(\frac{NT}{2}(\omega - \omega_0)\right)}{\sin\left(\frac{T}{2}(\omega - \omega_0)\right)} \exp\left(j \frac{(\omega - \omega_0)T}{2} (2Nm + N - 1) + \varphi\right) + \\
& + B\alpha \frac{\sin\left(\frac{NT}{2}(\omega + \omega_0)\right)}{\sin\left(\frac{T}{2}(\omega + \omega_0)\right)} \exp\left(-j \frac{(\omega + \omega_0)T}{2} (2Nm + N - 1) + \varphi\right)
\end{aligned} \quad (11)$$

Здесь первое слагаемое соответствует основной составляющей сигнала, а второе – комплексно-сопряженной. Из (11) получаем отношение амплитуд основной и комплексно-сопряженной составляющих при неидентичных дисперсиях джиттера в квадратурных каналах АЦП:

$$S = \frac{B(2 + \alpha) \frac{\sin\left(\frac{NT}{2}(\omega - \omega_0)\right)}{\sin\left(\frac{T}{2}(\omega - \omega_0)\right)} (2 + \alpha) \frac{\sin\left(\frac{NT}{2}(\omega - \omega_0)\right)}{\sin\left(\frac{T}{2}(\omega - \omega_0)\right)}}{B\alpha \frac{\sin\left(\frac{NT}{2}(\omega + \omega_0)\right)}{\sin\left(\frac{T}{2}(\omega + \omega_0)\right)} \alpha \frac{\sin\left(\frac{NT}{2}(\omega + \omega_0)\right)}{\sin\left(\frac{T}{2}(\omega + \omega_0)\right)}}, \quad (12)$$

$$\text{где } 1 + a = \frac{\frac{A}{2} \exp(-2^{-1} w^2 S_{C,t}^2)}{\frac{A}{2} \exp(-2^{-1} w^2 S_{K,t}^2)}; \quad a = \frac{\exp(-2^{-1} w^2 S_{C,t}^2)}{\exp(-2^{-1} w^2 S_{K,t}^2)} - 1.$$

При одинаковых дисперсиях джиттера в квадратурах $\sigma_{C,\tau}^2 = \sigma_{K,\tau}^2$, и $\alpha=0$. В результате отношение S в (12) будет стремиться к бесконечности, что соответствует нулевому значению КСК. Если рассматривать в качестве показателя неидентичности джиттера в квадратурах величину α , то при условии $\sigma_{C,\tau}^2 + \sigma_{K,\tau}^2 = \text{const}$ бесконечное увеличение α позволяет получить предел выражения для S , который при фиксированной частоте сигнала определяется значением:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} S = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{\sin\left(\frac{NT}{2}(\omega - \omega_0)\right)}{\sin\left(\frac{T}{2}(\omega - \omega_0)\right)} + \frac{\alpha \frac{\sin\left(\frac{NT}{2}(\omega - \omega_0)\right)}{\sin\left(\frac{T}{2}(\omega - \omega_0)\right)}}{\frac{\sin\left(\frac{NT}{2}(\omega + \omega_0)\right)}{\sin\left(\frac{T}{2}(\omega + \omega_0)\right)} + \frac{\alpha \frac{\sin\left(\frac{NT}{2}(\omega + \omega_0)\right)}{\sin\left(\frac{T}{2}(\omega + \omega_0)\right)}}{\frac{\sin\left(\frac{NT}{2}(\omega - \omega_0)\right)}{\sin\left(\frac{T}{2}(\omega - \omega_0)\right)}} \right) = \frac{\frac{\sin\left(\frac{NT}{2}(\omega - \omega_0)\right)}{\sin\left(\frac{T}{2}(\omega - \omega_0)\right)}}{\frac{\sin\left(\frac{NT}{2}(\omega + \omega_0)\right)}{\sin\left(\frac{T}{2}(\omega + \omega_0)\right)}}. \quad (13)$$

Для оценки степени влияния неидентичности джиттера в квадратурных каналах АЦП на величину отношения S был проведен расчет соотношения (12) в пакете Mathcad для различных исходных данных при изменении частоты входного сигнала в пределах основного «лепестка» амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) цифрового фазового детектора с дополнительным стробированием. Пример результатов расчета представлен в логарифмическом масштабе на рис. 1. По горизонтальной оси отложено смещение входного сигнала (амплитудой 10 квантов АЦП) по частоте относительно центральной частоты цифрового фазового детектора, равной 100 МГц, с дискретом в 1/250 ширины основ-

ного «лепестка» АЧХ. По вертикальной оси представлено расчетное значение величины S (12). Частота дискретизации задана равной 400 МГц (соответствует $\frac{1}{4}$ периода центральной частоты фазового детектора, то есть 2,5 нс). В процессе расчетов фиксировалась сумма дисперсий $\sigma_{C,t}^2 + \sigma_{K,t}^2$. В результате достаточно было варьировать величиной дисперсии джиттера лишь в одной из квадратурных составляющих сигнала, тогда как значение для дисперсии в другой квадратуре рассчитывалось по теореме Пифагора. Рис. 1 соответствует случаю $\sigma_{C,t}^2 + \sigma_{K,t}^2 = 1 \times 10^{-24}$ с. Штриховая линия на рис. 1 получена при условии СКО джиттера $S_{C,t} = 0,01$ пс и $S_{K,t} = \sqrt{1 - 0,01^2} \approx 0,99995$ пс (неидентичность СКО джиттера в квадратурах составляет примерно 99,995 раз), а сплошная линия - $S_{C,t} = 0,707$ пс и $S_{K,t} = \sqrt{1 - 0,707^2} \approx 0,70721$ пс (дисперсия джиттера в квадратурах близка к равенству, неидентичность СКО равна примерно 1,000302 раза). Как видно, значение S уменьшается с увеличением неидентичности джиттера в квадратурах АЦП, однако это снижение ограничивается по уровню пределом (13).

Таким образом, используя полученное выражение (12), можно сформулировать требования к относительной величине неидентичностей α дисперсий джиттера квадратурных АЦП, задавшись допустимым уровнем величины КСК на выходе цифрового фазового детектора в полосе частот.

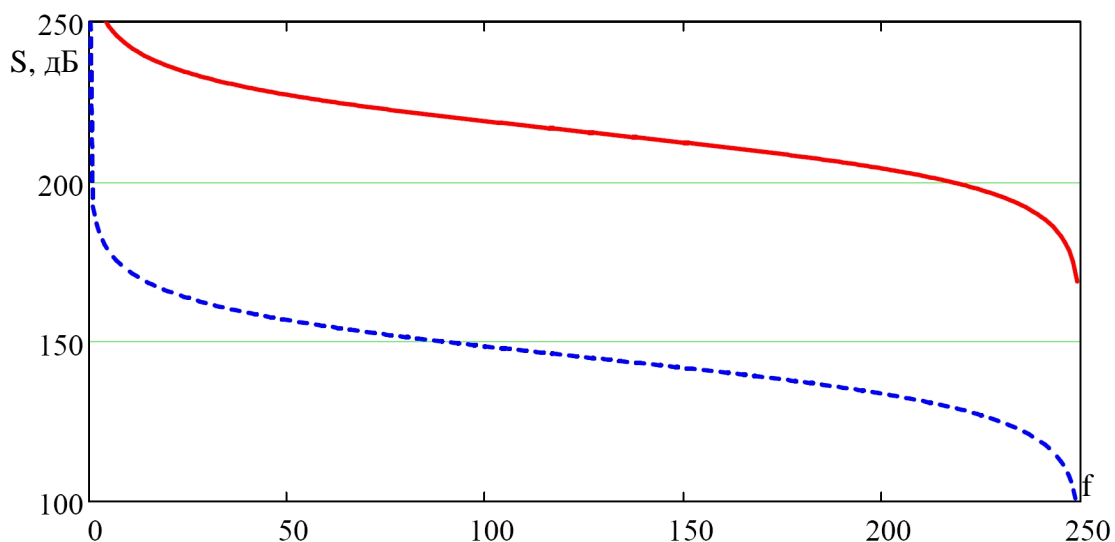


Рис. 1.

Список литературы

1. Слюсар В.И. Синтез алгоритмов измерения дальности M источников при дополнительном стробировании отсчетов АЦП. // Известия вузов. Сер. Радиоэлектроника. - 1996. - Том 39, № 5. - С. 55 - 62.
2. T. M. Souders, D. R. Flach, and C. Hagwood, G. Yang. The Effects of Timing Jitter in Sampling Systems. // IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement. Vol. 39. No. 1. February 1990, pp.80 - 85.
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике и учащимся втузов. - 13-е изд. - М.: Наука. - Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. - 544 с.
4. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - 4-е изд. - М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. — 1100 с.