

ОЗБРОЄННЯ ТА ВІЙСЬКОВА ТЕХНІКА

1(29)
2021

НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ЖУРНАЛ

DOI: <https://doi.org/1034169/2414-0651>

ЩОКВАРТАЛЬНИК

ВИДАЄТЬСЯ З СІЧНЯ 2014 РОКУ

Керівник проекту, голова редакційної ради
Чепков І.Б., д.т.н.

Голова редакційної колегії

Дереза А.В., д.т.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Заступник голови редакційної колегії

Васьківський М.І., д.т.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Відповідальний секретар редакційної колегії

Глазкова С.В., к.т.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Редакційна колегія:

Бісик С.П., к.т.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Бліцков В.С., д.т.н. (НУК)

Борковски Яцек, д.т.н. (ВІТО), Польща

Грінченко В.Т., акад., д.ф.-м.н. (ІГ НАНУ)

Гурнович А.В., д.т.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Дідковський В.С., д.т.н. (НТУУ КПІ)

Довгополій А.С., д.т.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Животовський Р.М., к.т.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Зубарев В.В., д.т.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Коростельов О.П., д.т.н. (ДержККБ «Луч»)»

Купріненко О.М., д.т.н. (НАСВ)

Кучер Д.Б., д.т.н. (ІВМС НУОМА)

Кучеров Д.П., д.т.н. (НАУ)

Кучинський А.В., к.т.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Ланецький Б.М., д.т.н. (ХНУПС)

Ланецький С.В., д.т.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Лейко О.Г., д.т.н. (НТУУ КПІ)

Луханін М.І., д.т.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Мітрахович М.М., д.т.н. (ДП «Віченко-Прогрес»)

Олійник Б.О., д.т.н. (ДП «ЛОРТА»)

Растригін О.О., д.т.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Сидоренко Ю.М., д.т.н. (НТУУ КПІ)

Слюсар В.І., д.т.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Чабаненко П.П., д.в.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Чепков І.Б., д.т.н. (ЦНДІ ОВТ ЗСУ)

Редакційна рада:

Певцов Г.В., д.т.н. (ХНУПС)

Ткачук П.П., д.іст.н. (НАСВ)

Толубко В.Б., д.т.н. (ДУТ)

Харченко О.В., д.т.н. (ДНДЦА)

Шевцов М.М., к.т.н. (ОЗСУ)

Розглянуто та схвалено до друку

науково-технічною радою

ЦНДІ ОВТ ЗС України

(протокол №2 від 18.02.2021)

Оригінальний макет виготовлено

Видавничим домом Дмитра Бураго

Адреса редакції:

Україна, 03049, м. Київ,

пр-т Повітрофлотський, 28

Тел.: (044) 271-0966

Факс: (044) 520-12-84

E-mail: cndi_ovt@mail.gov.ua

Сайт: <https://journal.cndiovt.com.ua>

Свідчення про державну реєстрацію

друкованого засобу масової інформації

серія КВ №20209-10009Р від 20.08.2013

Журнал входить до переліку наукових фахових

видань Міністерства освіти і науки України,

категорія Б (наказ №1643 від 28.12.2019)



© ЦНДІ ОВТ ЗС України, 2021

У НОМЕРІ

ВОЄННО-ТЕХНІЧНА ПОЛІТИКА

Олійник І. І., Коробченко С. О., Шостак В. Г. Методологічні основи параметричної оцінки вартості життєвого циклу ОВТ3

БРОНЕТАНКОВА ТЕХНІКА

Глебов В. В., Чепков І. Б., Кучинський А. В., Кучинська К. А. Аналіз методів підвищення рівня захисту бронетанкової техніки від ураження з верхньої напівсфери14

Хаустов Д. Є., Бурашніков О. О., Хаустов Я. Є., Настішин Ю. А. Узагальнена математична модель виконання вогневих задач екіпажем танка20

АРТИЛЕРІЙСЬКЕ ТА СТРІЛЕЦЬКЕ ОЗБРОЄННЯ

Kosovtsov Yu. N., Hrabchak V. I. The inverse problem of external ballistics for identification of aerodynamic coefficients of a spin-stabilized projectile within the modified point-mass trajectory model
(Косовцов Ю. М., Грабчак В. І. Обернена задача зовнішньої балістики відновлення аеродинамічних коефіцієнтів снаряда, стабілізованого обертанням, на основі модифікованої моделі точкової маси)28

АВТОМОБІЛЬНА ТЕХНІКА

Александров Є. Є., Александрова Т. Є., Григор'єв О. Л., Моргун Я. Ю. Про вплив коливань вільної поверхні рідини в цистерні на курсову стійкість автомобіля-паливозаправника36

ЗЕНІТНІ РАКЕТНІ КОМПЛЕКСИ

Зубарев В. В., Ланецький Б. М., Лук'ячук В. В., Ніколаєв І. М., Єфімов І. Л. Воєнно-наукове супроводження як основа управління повним життєвим циклом виробів зенітного ракетного озброєння44

СИСТЕМИ АВТОМАТИЗОВАНОГО УПРАВЛІННЯ

Слюсар В. И., Перепелицын С. А. Применение торцевого произведения матриц в задачах анализа топологий маршрутизации многоанговых сетей56

ТЕХНІКА ТА ОЗБРОЄННЯ ВІЙСЬКОВО-МОРСЬКИХ СИЛ

Позднякова О. М., Дереза А. В., Ластівка І. О., Лейко А. О., Дрозденко О. І., Осадча А. К. Випромінювання звуку циліндричним п'єзокерамічним гідроакустичним перетворювачем з динамічно керованими параметрами64

ЛІТАКИ ВІЙСЬКОВОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

Денісюк О. В., Мітрахович М. М., Жорник О. В. Удосконалення акустичних характеристик співвісних повітряних гвинтів шляхом зменшення інтенсивності кінцевого вихору лопаті71

ВИПРОБУВАННЯ, ПОЛІГОННО-ВИПРОБУВАЛЬНІ КОМПЛЕКСИ

Бісик С. П., Давидовський Л. С., Телена М. В., Нагорський О. Г., Бісик С. В., Новосад А. А. Огляд математичних моделей оцінки параметрів ударної хвилі вибуху зарядів вибухової речовини77

ІНФОРМАЦІЯ

Дзисюк О. В., Бойко В. М., Гаврилов А. Б., Рарог Р. М., Солдатов В. В., Шуригін О. В., Матвієнко М. В., Світенко М. І. Результати наукових досліджень по створенню першої черги підсистеми забезпечення єдиним часом інформаційно-телекомунікаційних систем збройних сил України85

WEAPONS AND MILITARY EQUIPMENT

1(29)
2021

SCIENTIFIC JOURNAL

DOI: <https://doi.org/1034169/2414-0651>

QUARTERL

PUBLISHED SINCE JANUARY 2014

TABLE OF CONTENTS

MILITARY TECHNICAL POLICY

Oliyrik I. I., Korobchenko S. O., Shostak V. G. Methodological basis for paratymatic assessment of the armaments life cycle cost 3

ARMORED VEHICLES

Glebov V. V., Chepkov I. B., Kuchynsky A. V., Kuchynska K. A. Analysis of methods of increasing the level of protection of armored vehicles against striking from the upper hemisphere 14

Khaustov D. Ye., Burashnikov O. O., Khaustov Ya. Ye, Nastishin Yu. A. Extended mathematical model of execution of fire tasks by the tank crew 20

ARTILLERY WEAPONS & SMALL ARMS

Kosovtsov Yu. N., Hrabchak V. I. The inverse problem of external ballistics for identification of aerodynamic coefficients of a spin-stabilized projectile within the modified point-mass trajectory model 28

TACTICAL WHEELED VEHICLES

Alexandrov Ye. Ye., Alexandrova T. Ye., Grigoriev A. L., Morgun Ya. Yu. The information about the influence of vibrations of the liquid free surface in a tank on the directional stability of a vehicle-fuel filler 36

AIR DEFENSE SYSTEMS

Zubarev V. V., Lanetskii B. M., Lukianchuk V. V., Nikolaev I. M., Yefimov I. L. Military scientific support as the basis of management the full life cycle of products of anti-missile rocket 44

AUTOMATED CONTROL SYSTEMS

Slyusar V. I., Perepelitsin S. A. Application of the face-splitting product of matrices in the tasks of analysis of topologies for routing of multiprane networks 56

NAVY ARMAMENT & EQUIPMENT

Pozdniakova O. M., Derepa A. V., Lastivka I. O., Leiko A. O., Drozdenko O. I., Osadcha A. K. Sound radiation by cylindrical piezoceramic hydroacoustic transducer with dynamically controlled parameters 64

MILITARY AIRCRAFTS

Denisyuk O. V., Mitrakhovych M. M., Zornik O. V. Improving the acoustic characteristics of coaxial propellers by reducing the intensity of the top vortex of the blade 71

TESTING, TEST SITES

Bisyk S. P., Davydovskiy L. S., Telepa M. V., Nagorsky O. G., Bisyk S. V., Novosad A. A. Review of mathematical models for estimating the parameters of the shock wave explosion charges of explosives 77

INPUTS

Dzysuk O. V., Boyko V. M., Havrilov A. B., Raroh R. M., Soldatov V. V., Shurygin O. V., Matvienko M. V., Svitlenko M. I. Results of scientific research on the creation of the first phase of the subsystem of supporting in one time of information and telecommunications systems of armed forces of Ukraine 85

Project Manager, Editorial Director
Chepkov I.B., DEng

Editorial Director
Derepa A.V., DEng (CRI AME AFU)
Deputy of Editorial Director
Vaskivskyy M.I., DEng (CRI AME AFU)
Executive Secretary of Editorial Board
Glazkova S.V., PhD (CRI AME AFU)

Editorial Board:
Bisyk S.P., PhD (CRI AME AFU)
Blintsov V.S., DEng (NUS)
Borkovsky Yatssek, DEng (WITA), Poland
Hrinchenko V.T., acad., DEng (IG NASU)
Hurnovych A.V., DEng (CRI AME AFU)
Didkovskyy V.S., DEng (NTUU KPI)
Dovhopolyi A.S., DEng (CRI AME AFU)
Zhyvotovskyy R.M., PhD (CRI AME AFU)
Zubariev V.V., DEng (CRI AME AFU)
Korostelyov O.P., DEng ("SKDB" Luch")
Kuprinenko O.M., DEng (Hetman Petro Sahaidachnyi NAA)
Kucher D.B., DEng (NI NU "OMA")
Kucherov D.P., DEng (NAU)
Kuchynskyy A.V., PhD (CRI AME AFU)
Lanetskyi B.M., DEng (KNUAF)
Lapyskyi S.V., DEng (CRI AME AFU)
Leyko O.H., DEng (NTUU KPI)
Lukhanin M.I., DEng (CRI AME AFU)
Mitrakhovych M.M., DEng (SE Ivchenko-Progress)
Oliarynyk B.O., DEng (SE "LSP" LORTA")
Rasstryhin O.O., DEng (CRI AME AFU)
Sydorenko Yu.M., DEng (NTUU KPI)
Slyusar V.I., DEng (CRI AME AFU)
Chabanenko P.P., DScMil, (CRI AME AFU)
Chepkov I.B., DEng (CRI AME AFU)

Editors:
Pyevtsov H.V., DEng (KNUAF)
Tkachuk P.P., DSc
(Hetman Petro Sahaidachnyi NAA)
Tolubko V.B., DEng (SUT)
Kharchenko O.V., DEng (SRIA)
Shevtsov M.M., PhD (AAFU)

Reviewed and approved for publication
by Science and Engineering Board
(record No.2 of 18.02.2021)

Original dummy copy was made
by Dmitry Burago Publishing House

Editorial address:

Ukraine, 03049, Kyiv
28, Povitroflotsky Ave
tel.: (044) 271-0966
fax: (044) 520-12-84
E-mail: endi_ovt@mil.gov.ua
Site: <https://journal.cndi.govt.com.ua>

Medium State Registration Certificate serial No. KB
20209-10009R of 20.08.2013

Journal is in the list of scientific professional
publications of the Ministry of Education
and Science of Ukraine Category B
(order No.1643 of 28.12.2019)



УДК 621.396.4

DOI: [https://doi.org/10.34169/2414-0651.2021.1\(29\).56-63](https://doi.org/10.34169/2414-0651.2021.1(29).56-63)**В. И. СЛЮСАР,**

доктор технических наук, профессор

<https://orcid.org/0000-0002-2912-3149>

(Центральный научно-исследовательский институт вооружения и военной техники

Вооружённых Сил Украины, г. Киев)

С. А. ПЕРЕПЕЛИЦЫН<https://orcid.org/0000-0002-8435-2729>

(Institute of Netcentric LLC, г. Киев)

ПРИМЕНЕНИЕ ТОРЦЕВОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ МАТРИЦ В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА ТОПОЛОГИЙ МАРШРУТИЗАЦИИ МНОГОРАНГОВЫХ СЕТЕЙ

В статье рассмотрены возможности применения торцевого произведения матриц для анализа топологии мультиранговой тактической сети. В качестве примера использован фрагмент сети связи тактического подразделения, представленный в виде графа, состоящего из 4 вершин и 5 рёбер. Для анализа структуры графа предложено использовать вторичные матрицы инцидентности и матрицы совместной встречаемости (co-occurrence matrix), полученные с помощью торцевого произведения исходных матриц инцидентности. Такой подход позволяет определить, сколько общих вершин имеет конкретная пара или тройка рёбер, сколько рёбер в данном графе образует конкретная вершина в сочетании с другими вершинами, какие именно пары вершин в исследуемом графе формируют ребро, количество вершин, встречающихся в маршруте, образованном конкретным сочетанием пар рёбер. В частности, можно получить важную для анализа нагрузки в сети информацию о количестве рёбер, с которыми связано данное ребро посредством контакта в окаймляющих его вершинах графа. Это позволяет формировать требования к пропускной способности ассоциированной с конкретным ребром линии связи, которая на случай критических ситуаций (подавление штатных линий связи помехами или выход из строя оборудования) должна иметь запас устойчивости по скорости передачи данных.

Ключевые слова: топология, граф, вершина графа, ребро графа, многогранговая сеть, матрица инцидентности, матрица совместной встречаемости, торцевое произведение матриц.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И АНАЛИЗ ИСТОЧНИКОВ

Как известно, для анализа тактических сетей связи широко используются математические модели в виде графов, представляющие собой совокупность вершин (узлов сети связи) и соединяющих их рёбер (линий связи). Классический аппарат теории графов [1, 2] позволяет охватить многие аспекты распределения нагрузки при решении задач маршрутизации в сети. Примером тому является использование матриц инцидентности и матриц смежности в сочетании с традиционными матричными операциями [1, 2].

В последние годы дополнительный импульс развитию теории графов придали исследования в области искусственного интеллекта и обработки естественного языка. В частности, в [3] для анализа текста наряду с матрицей инцидентности была использована матрица совместной встречаемости. Кроме того, там же в качестве средства извлечения дополнительной информации из структуры текста использовано торцевое произведение матриц инцидентности, предложенное в 1996 г. Слюсарем В.И. [4 – 6]. Этот пример свидетельствует о возможности применения торцевого произведения матриц и для анализа топологии графа мультиранговой сети в теории связи.

Целью статьи является развитие топологического подхода к анализу мультиранговых сетей тактического звена управления на основе применения торцевого произведения матриц.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Рассмотрим вариант соответствующего использования данной матричной операции для случая решения анализа фрагмента мобильной компоненты перспективной системы связи, представленной на рис. 1 вершинами 1 – 4. Составим для этого фрагмента так называемую матрицу инцидентности. Ее строки будут соответствовать вершинам графа топологии сети, а столбцы – его ребрам. При этом ненулевое значение в ячейке матрицы указывает на связь между вершиной и ребром (их инцидентность).

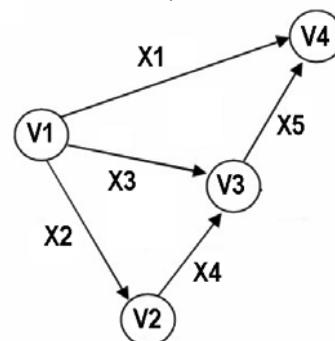


Рис. 1. Граф фрагмента тактической сети связи

Количество столбцов должно соответствовать максимальному количеству рёбер в отдельно взятом маршруте рассматриваемой сети. В указанном фрагменте сети количество вершин – четыре, они, в свою очередь, соединены пятью ребрами.

Прежде чем непосредственно перейти к анализу для наглядности соответствующую ей таблицу матрицы инцидентности, составим с учетом сказанного (табл. 1).

Таблица 1

Порядковый номер вершины	Порядковый номер ребра				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
V_1	1	1	1	0	0
V_2	0	1	0	1	0
V_3	0	0	1	1	1
V_4	1	0	0	0	1

Если провести аналогию с обработкой текста в [3], то вершины графа – узлы связи, – будут являться в данном случае эквивалентами слов в тексте, а маршруты передачи данных (набор ребер) – аналогами предложений. Впрочем, в тех случаях, когда подобная аналогия возможна, вполне применима и противоположная ассоциация.

Как видно, каждая из вершин $V_1 - V_4$ контактирует с ребрами графа $X_1 - X_5$ не более одного раза, тогда как все ребра соединяют по две вершины, поскольку каждый столбец табл. 1 содержит пару единиц. Отсюда, получим матрицу инцидентности вида:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Квадратичная форма на основе указанной матрицы типа $G^T G$ именуется матрицей совместной встречаемости (*co-occurrence matrix*) [3]. Для рассматриваемого примера она будет следующей:

$$G^T G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Эта матрица симметрична относительно своей главной диагонали. Согласно теории, элементы вне главной диагонали полученной матрицы показывают, сколько общих вершин имеет отдельно взятое ребро с другими ребрами в анализируемом графе. Например, первое ребро, которому соответствует первая строка

матрицы совместной встречаемости, имеет общие вершины со вторым, третьим и пятым ребрами.

Элементы на главной диагонали показывают, что каждое ребро имеет в данном графе две вершины (в гиперграфах может быть больше). Кстати, получить эту информацию можно, сложив все строки инцидентной матрицы, что эквивалентно операции умножения ее на вектор-строку единиц

$$1^T G = [1 \ 1 \ 1 \ 1] G = [1 \ 1 \ 1 \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2]. \quad (3)$$

или аналогично, умножив транспонированную матрицу G на вектор единиц

$$G^T 1^T = G^T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Таким образом, для получения информации об элементах главной диагонали матрицы совместной встречаемости можно обойтись без формирования самой матрицы, что упрощает дело. Однако необходимость в формировании такой матрицы обусловлена наличием в ней дополнительной информации. Чтобы пояснить это, перейдем от матрицы $G^T G$ к эквивалентной таблице, с помощью которой можно более наглядно представить назначение полученных матричных элементов (табл. 2).

Таблица 2

Рёбра	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_1	2	1	1	0	1
X_2	1	2	1	1	0
X_3	1	1	2	1	1
X_4	0	1	1	2	1
X_5	1	0	1	1	2

Нетрудно заметить, что элементы строк и столбцов указывают, сколько раз конкретное ребро встречается в данном графе в сочетании через вершину с другим отдельно взятым ребром (отсюда происходит название матрицы совместной встречаемости). Например, из первой строки следует, что ребро X_1 имеет общие вершины в графе с ребрами X_2, X_3, X_5 .

Числа на пересечениях одноименных столбцов и строк соответствуют, как уже отмечалось, частоте появления

$$\cdot G^T G - 2 \times \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} - 2 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

В результате её умножения слева на вектор-строку единиц можно сформировать важную для анализа нагрузки в сети вектор-строку, элементы которой укажут

$$\mathbf{1}^T (G^T G - 2 \times \mathbf{I}) = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = [3 \ 3 \ 4 \ 3 \ 3]. \quad (6)$$

Как следует из полученного результата, все ребра рассматриваемого фрагмента сети имеют контакты с тройкой остальных рёбер, а третье ребро (X_3) – с четырьмя. Это позволяет сформировать требования к пропускной способности линии связи, ассоциированной с ребром X_3 , которая на случай критических ситуаций должна иметь запас на 33-процентное увеличение этого показателя по сравнению с его величиной для всех остальных линий связи. Такое решение необходимо для обеспечения транзита данных в случае подавления штатных линий связи помехами или выхода из строя

того или иного ребра в анализируемом фрагменте в сочетании с вершинами. След от квадратичной формы $\text{tr}(G^T G)$, равный сумме диагональных элементов квадратной матрицы, соответствует полному числу соединений вершин с ребрами (без учёта повторяемости рёбер). В данном случае эта величина равна 10.

Если вычесть из матрицы $G^T G$ удвоенную единичную матрицу, то можно получить традиционную матрицу смежности рёбер [1, 2]:

на количество рёбер, с которыми связано данное ребро посредством контакта в окаймляющих его вершинах графа:

их оборудования. Из этих же соображений, каждая из линий связи, соответствующих остальным рёбрам, должна иметь возможность трёхкратного повышения пропускной способности по сравнению с потребностями передачи данных между парой вершин в предположении, что трафик между всеми вершинами в обычных условиях одинаков.

Чтобы получить дополнительную статистику в отношении вершин графа, следует рассчитать альтернативную квадратичную форму – GG^T . В рассматриваемом примере она имеет вид:

$$GG^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Если обнулить в сформированной матрице элементы главной диагонали, то получим традиционную матрицу смежности вершин графа [1, 2]:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

При этом матрица GG^T является более информативной, поскольку элементы на её главной диагонали соответствуют количеству рёбер, выходящих с той или иной вершины (табл. 3). Например, из первой

и третьей вершин выходят по три ребра, а из второй и четвертой – по два (ребра в столбцах нумеруются слева направо, а в строках – сверху вниз). В традиционной матрице смежности такую информацию можно было получить суммированием элементов в столбцах или умножением матрицы справа на вектор единиц. Элементы в строках и столбцах вне главной диагонали матрицы GG^T , как и в L , указывают на наличие общих рёбер у соответствующей пары вершин. Например, из первой строки следует, что первая вершина имеет общие ребра со всеми остальными, а вот из второй строки матрицы следует, что вторая и четвертая вершины не имеют общих рёбер в рассматриваемой топологии графа.

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Ее элементы представлены также в табл. 5, в которой строки соответствуют ребрам, а столбцы – вершинам.

Таблица 5

№ предл	V ₁				V ₂				V ₃				V ₄			
	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄
X ₁	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
X ₂	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X ₃	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
X ₄	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
X ₅	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1

Из табл. 5 легко получить полное представление о том, какими ребрами соединена конкретная пара вершин. Нулевой столбец означает отсутствие ребра, соединяющего конкретные вершины, например, этот случай имеет место в отношении второй и четвертой вершин (V₂V₄, V₄V₂). При этом по паре, образованной дублированием одной и той же вершины (V_mV_m),

можно судить о том, сколько ребер подключено к этой вершине.

Согласно [3], матрица совместной встречаемости для анализа парных сочетаний может быть сформирована на основе произведения исходной матрицы инцидентности и ее версии в виде торцевого произведения альтернативных вторичных матриц инцидентности:

$$C1=G(G^T \square G^T) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Полученная в результате матрица имеет размерность 16×4 и может быть представлена в виде четырех блоков,

каждый из которых соответствует одной из вершин в их парных сочетаниях (табл. 6).

Таблица 6

Вершины	V ₁				V ₂				V ₃				V ₄			
	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄
V ₁	3	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1
V ₂	1	1	0	0	1	2	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
V ₃	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	3	1	0	0	1	1
V ₄	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	2

На главной диагонали каждого из этих блоков расположены числа, показывающие, сколько раз во всем графе встречается та или иная пара вершин для формирования какого-либо ребра. При этом элементы вне главной диагонали конкретизируют, какие именно пары вершин в исследуемом графе формируют ребро без учета их порядка в последовательности вершин.

Существенно, что элемент на главной диагонали равен сумме всех остальных элементов строки или столбца вне главной диагонали. Например, из первого блока видно, что вершина 1 (V₁V₁V₁) задействована в качестве образующих вершин трех ребер. Также по одному разу в графе присутствуют сочетания первой вершины со второй, третьей и четвертой.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Harary, Frank. Graph Theory. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley. 1969. 274 p.
2. Градосельская Г.В. Сетевые измерения в социологии: учебное пособие / Под ред. Г.С. Батыгина. М.: Издательский дом «Новый учебник». 2004. 248 с.
3. Bryan Bischof. Higher order co-occurrence tensors for hypergraphs via face-splitting. Published 15 February, 2020, Mathematics, Computer Science. Available at: <https://arxiv.org/abs/2002.06285> ArXiv.
4. Слюсар В.И. Торцевые произведения матриц в радиолокационных приложениях. Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника. 1998. Т. 41. № 3. С. 71–75.
5. Слюсар В.И. Семейство торцевых произведений матриц и его свойства. Кибернетика и системный анализ. 1999. Т. 35. № 3. С. 379–384. <https://doi.org/10.1007/BF02733426>.
6. Минович А.И., Рудаков В.И., Слюсар В.И. Основы военно-технических исследований. Теория и приложения. Т. 2. Синтез средств информационного обеспечения вооружения и военной техники / Под ред. А. П. Ковтуненко. Киев: Гранма. 2012. С. 7–98; 354–521.
7. Слюсар В.И. Smart-антенны пошли в серию. Электроника: наука, технология, бизнес. 2004. № 2. С. 62–65.

REFERENCES

1. Harary, Frank. Graph Theory. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley. 1969. 274 p.
2. Gradoselskaia, G.V. “Setevye izmereniia v sociologii” [Network measurements in sociology]. Eds. Batygin, G.S. M.: New textbook publ. 2004. 248 p. (In Russian).
3. Bryan Bischof. Higher order co-occurrence tensors for hypergraphs via face-splitting. Published 15 February, 2020, Mathematics, Computer Science. Available at: <https://arxiv.org/abs/2002.06285> ArXiv.
4. Slyusar, V.I. End products in matrices in radar applications. Radioelectronics and Communications Systems. 1998. Vol. 41. № 3. Pp. 50–53.
5. Slyusar, V.I. A family of face products of matrices and its properties, Kibernetika i Sistemnyi Analiz. 1999. Vol. 35; P. 3. Pp. 379–384. <https://doi.org/10.1007/BF02733426>.
6. Minochkin, A.I., Rudakov, V.I. & Slyusar, V.I. “Osnovy voyenno-tekhnicheskikh issledovaniy. Teoriia i prilozheniia. T. 2. Sintez sredstv informatsionnogo obespecheniia vooruzheniia i voennoi tekhniki” [Theoretical bases of military-technical researches]. Vol. 2. K. 2012. Pp. 7–98; 354–521.
7. Slyusar, V.I. “Smart-antenny poshli v seriyu” [Smart antennas went into series], Elektronika: nauka, tekhnologia, bisnes. 2004. № 2. Pp. 62–65.

Слюсар В.І., Перепелицин С.О.

**ЗАСТОСУВАННЯ ТОРЦЕВОГО ДОБУТКУ
МАТРИЦЬ В ЗАДАЧАХ АНАЛІЗУ ТОПОЛОГІЙ
МАРШРУТИЗАЦІЇ БАГАТОРАНГОВИХ МЕРЕЖ**

У статті розглянуті можливості застосування торцевого добутку матриць для аналізу топології мультирангової тактичної мережі зв'язку. Як приклад використаний фрагмент мережі зв'язку тактичного підрозділу, представлений у вигляді графа, що складається з 4 вершин і 5 ребер. Для аналізу структури графа запропоновано використовувати вторинні матриці інцидентності і матриці спільної зустрічності (co-occurrence matrix), отримані за допомогою торцевого добутку початкових матриць інцидентності. Такий підхід дозволяє визначити, скільки спільних вершин має конкретна пара або трійка ребер, скільки ребер в даному графі утворює конкретна вершина у поєднанні з іншими вершинами, які саме пари вершин в досліджуваному графі формують ребро, кількість вершин, що зустрічаються в маршруті, утвореному конкретним поєднанням пар ребер. Зокрема, можна отримати важливу для аналізу навантаження в мережі інформацію про кількість ребер, з якими пов'язане дане ребро за допомогою контакту у відповідних вершинах графа. Це дозволяє сформувати вимоги до пропускної здатності асоційованої з конкретним ребром лінії зв'язку, яка на випадок критичних ситуацій (пригнічення штатних ліній зв'язку перешкодами або вихід з ладу обладнання) повинна мати запас стійкості за швидкістю передачі даних.

Ключові слова: топологія, граф, вершина графа, ребро графа, багаторангова мережа, матриця інцидентності, матриця спільної зустрічності, торцевий добуток матриць.

Slyusar V., Perepelitsin S.

**APPLICATION OF THE FACE-SPLITTING
PRODUCT OF MATRICES IN THE TASKS OF
ANALYSIS OF TOPOLOGIES FOR ROUTING OF
MULTIPRANE NETWORKS**

The article discusses the possibilities of using the face splitting product of matrices for analyzing the topology of a multi-rank tactical network. As an example, a fragment of the communication network of a tactical unit is used, presented in the form of a graph consisting of 4 vertices and 5 edges. To analyze the structure of the graph, it is proposed to use secondary incidence matrices and co-occurrence matrices obtained using the face-splitting product of the original incidence matrices. This approach makes it possible to determine how many common vertices a particular pair or triple of edges has, how many edges in a given graph form a particular vertex in combination with other vertices, which pairs of vertices in the investigated graph form an edge, the number of vertices encountered in a route formed by a specific combination of pairs edges.

In particular, it is possible to obtain information, important for analyzing the load in the network, about the number of edges with which this edge is connected by means of contact at the vertices of the graph bordering it. This makes it possible to formulate the requirements for the bandwidth associated with a specific edge of the communication line, which in case of critical situations (suppression of standard communication lines by interference or equipment failure) must have a stability margin for the data transmission rate.

Keywords: *topology, graph, graph vertex, graph edge, multi-rank network, incidence matrix, co-occurrence matrix, face-splitting product of matrices.*

Відомості про авторів:

Слюсар Вадим Іванович

доктор технічних наук
професор
начальник групи головних наукових співробітників
Центрального науково-дослідного інституту озброєння та
військової техніки Збройних Сил України,
м. Київ, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-2912-3149>
e-mail: swadim@ukr.net

Information about the authors:

Vadym Slyusar

Doctor of Technical Sciences
Professor
Chief of Research Group of Central Research Institute of Armament
and Military Equipment of the Armed Forces of Ukraine,
Kyiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-2912-3149>
e-mail: swadim@ukr.net

Перепеліцин Сергій Олександрович

Керівник науково-дослідної установи INSTITUTE OF
NETCENTRIC LLC, м. Київ, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-8435-2729>
E-mail: sergpsa@inbox.lv

Sergiy Perepelitsyn

Head of research institution INSTITUTE OF NETCENTRIC
LLC, Kyiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-8435-2729>
e-mail: sergpsa@inbox.lv

Стаття надійшла до редколегії 23.12.2021.