

## НИЖНЯЯ ГРАНИЦА КРАМЕРА-РАО ДЛЯ ОРТОГОНАЛЬНО-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ N-OFDM СИГНАЛОВ

Слюсарь В.И.<sup>1</sup>, Волошко С.В.<sup>2</sup>, Третьяченко С.А.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Центральный научно-исследовательский институт  
вооружения и военной техники Вооруженных Сил Украины  
03049, Киев, пр. Воздухофлотский-28, тел. (044)-520-12-84, E-mail: [swadim@inbox.ru](mailto:swadim@inbox.ru)

<sup>2</sup>Военный институт телекоммуникаций и информатизации  
Национального технического университета Украины „КПИ”  
36012, г. Полтава, ул. Зеньковская-44, тел. 80665556589, E-mail: [woloshko@mail.ru](mailto:woloshko@mail.ru)

<sup>3</sup>Военный институт телекоммуникаций и информатизации  
Национального технического университета Украины „КПИ”  
36012, г. Полтава, ул. Зеньковская-44, тел. 80508632472, E-mail: [slk@mail.ru](mailto:slk@mail.ru)

In the report for an analytical rating of potential accuracy of a method of demodulation N-OFDM of signals with orthogonal polarization research of limiting opportunities of polarization-spatial condensation of signals is offered on the basis of the analysis of bottom border Kramer-Rhao for dispersions of ratings quadrature making amplitudes.

Адаптивное цифровое диаграммообразование является ключевой технологией современных телекоммуникационных систем, позволяющей осуществлять поляризационно-пространственное разделение сигналов. Ключевую роль в решении задачи синтеза соответствующих методов разделения играет аналитическое описание модели отклика приемной цифровой антенной решетки (ЦАР).

Как известно [1], в многокоординатных системах цифрового диаграммообразования с двойной поляризацией каналов антенных решеток для аналитического описания модели отклика приемной цифровой антенной решетки (ЦАР) используется матричное произведение Кхатри-Рао:

$$U = \begin{bmatrix} U_H \\ U_V \end{bmatrix} = P \cdot A = \begin{bmatrix} (Q_H^n V_H) h_{FH} & \dots & (q_{HV} Q_V^n d_{HV} V_V) h_{FV} \\ (q_{VH} Q_H^n d_{VH} V_H) h_{FH} & \dots & (Q_V^n V_V) h_{FV} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_H \\ A_V \end{bmatrix},$$

где “■” - символ произведения Кхатри-Рао,

U - блок-матрица выходных напряжений каналов в горизонтальной и вертикальной поляризациях,

$$A = \begin{bmatrix} A_H \\ \dots \\ A_V \end{bmatrix}$$

- вектор комплексных амплитуд N-OFDM сигналов горизонтальной (H) и вертикальной (V) поляризаций,

$$Q_H = \begin{bmatrix} Q_{H1}(x_1) & Q_{H1}(x_2) & \dots & Q_{H1}(x_M) \\ Q_{H2}(x_1) & Q_{H2}(x_2) & \dots & Q_{H2}(x_M) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ Q_{HR}(x_1) & Q_{HR}(x_2) & \dots & Q_{HR}(x_M) \end{bmatrix},$$

$$Q_V = \begin{bmatrix} Q_{V1}(x_1) & Q_{V1}(x_2) & \dots & Q_{V1}(x_M) \\ Q_{V2}(x_1) & Q_{V2}(x_2) & \dots & Q_{V2}(x_M) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ Q_{VR}(x_1) & Q_{VR}(x_2) & \dots & Q_{VR}(x_M) \end{bmatrix}$$

- матрицы

характеристик направленности первичных или вторичных (после цифрового диаграммообразования) приемных каналов ЦАР в азимутальной плоскости на H и V поляризациях,

$$V_H = \begin{bmatrix} V_{H1}(y_1) & V_{H1}(y_2) & \dots & V_{H1}(y_M) \\ V_{H2}(y_1) & V_{H2}(y_2) & \dots & V_{H2}(y_M) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ V_{HD}(y_1) & V_{HD}(y_2) & \dots & V_{HD}(y_M) \end{bmatrix},$$

$$V_V = \begin{bmatrix} V_{V1}(y_1) & V_{V1}(y_2) & \dots & V_{V1}(y_M) \\ V_{V2}(y_1) & V_{V2}(y_2) & \dots & V_{V2}(y_M) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ V_{VD}(y_1) & V_{VD}(y_2) & \dots & V_{VD}(y_M) \end{bmatrix}$$

- матрицы

характеристик направленности первичных (вторичных) приемных каналов ЦАР в угломестной плоскости для H (V)-поляризаций,

$$F_H = \begin{bmatrix} \mathcal{F}_{H1}(\omega_{H11}) & \dots & \mathcal{F}_{H1}(\omega_{HT1}) \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} & \mathbf{M} \\ \mathcal{F}_{HG}(\omega_{H11}) & \dots & \mathcal{F}_{HG}(\omega_{HT1}) \end{bmatrix},$$

$$F_V = \begin{bmatrix} \mathcal{F}_{V1}(\omega_{V11}) & \dots & \mathcal{F}_{V1}(\omega_{VT1}) \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} & \mathbf{M} \\ \mathcal{F}_{VG}(\omega_{V11}) & \dots & \mathcal{F}_{VG}(\omega_{VT1}) \end{bmatrix}$$

- матрицы амплитудно-частотных

характеристик  $\mathcal{F}_{H(V)g}(\omega_{H(V)tm})$  БПФ-фильтров для R×D идентичных каналов приема,

$q_{HV}(q_{VH}), d_{HV}(d_{VH})$  - кроссполяризация в азимутальной и угломестной плоскостях (предполагается частотно-инвариантной),

$M$  – количество MIMO-передатчиков,

$T$  - количество частот N-OFDM-пакета для одного MIMO-передатчика.

Процесс разделения сигналов можно свести к оцениванию их амплитуд, например, по методу максимального правдоподобия. При этом интерес представляет исследование предельных возможностей поляриционно-пространственного уплотнения сигналов на основе анализа нижней границы Крамера-Рао (НГКР) [2] для дисперсий оценок амплитуд.

В докладе для аналитической оценки потенциальной точности метода демодуляции N-OFDM сигналов с ортогональной поляризацией предлагается использовать известный подход, базирующийся на расчете (НГКР) для дисперсий оценок квадратурных составляющих амплитуд сигналов и сравнении этих дисперсий с допустимым порогом. Значение порога рассчитывается в зависимости от заданной вероятности безошибочной демодуляции переданных сообщений, с учетом использования дополнительного помехоустойчивого кодирования.

Как известно, НГКР для дисперсий может быть получена обращением, так называемой, информационной матрицы Фишера. Применительно к случаю известных номиналов частот поднесущих N-OFDM-пакета задача формирования информационной матрицы Фишера существенно упрощается и сводится к использованию квадратичной формы  $P^*P$  вида

$$I = \begin{bmatrix} (Q_H n_V V_H) n_{F_H} & (q_{HV} Q_V n_{d_{HV}} V_V) n_{F_V} \\ (q_{VH} Q_H n_{d_{VH}} V_H) n_{F_H} & (Q_V n_V V_V) n_{F_V} \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} (Q_H n_V V_H) n_{F_H} & (q_{HV} Q_V n_{d_{HV}} V_V) n_{F_V} \\ (q_{VH} Q_H n_{d_{VH}} V_H) n_{F_H} & (Q_V n_V V_V) n_{F_V} \end{bmatrix},$$

где “\*” – символ комплексно-сопряженного транспонирования матриц.

Применительно к QAM-сигналам удобнее рассматривать вместо дисперсий комплексных амплитуд сигналов, представленных выше в модели отклика приемной цифровой антенной решетки, дисперсии их квадратурных составляющих. Для этого в матричном представлении выходных напряжений откликов БПФ-фильтров следует перейти от вектора комплексных амплитуд к вещественному вектору, в элементах которого фигурирует каждая из квадратурных компонент

отдельно. Другими словами, следует заменить вектор комплексных амплитуд  $A = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ \mathbf{K} \ a_M]^T$  на

$$\tilde{A} = [a_1^c \ a_1^s \ a_2^c \ a_2^s \ \mathbf{K} \ a_M^c \ a_M^s]^T,$$

вектор квадратурных составляющих амплитуд сигналов

имеющий вдвое большую размерность. Чтобы согласовать эту размерность со структурой сигнальной матрицы  $P$ , ее необходимо подвергнуть кронекеровскому умножению справа на единичную матрицу формата  $2 \times 2$ :

$$\tilde{P} = P \otimes E_2 = P \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_H \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & P_{HV} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ P_{VH} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & P_V \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix},$$

где “ $\otimes$ ” – символ кронекеровского (прямого) произведения матриц,

$$P_H = (Q_H n_V V_H) n_{F_H}, \quad P_V = (Q_V n_V V_V) n_{F_V}, \quad P_{VH} = (q_{VH} Q_H n_{d_{VH}} V_H) n_{F_H},$$

$$P_{HV} = (q_{HV} Q_V n_{d_{HV}} V_V) n_{F_V}.$$

Использование единичной матрицы обусловлено допущением об отсутствии корреляционной связи между напряжением квадратурных составляющих сигналов, что справедливо в пренебрежении эффектом эллиптичности квадратур. Кроме того, для устранения такой эллиптичности может использоваться цифровая коррекция квадратурного разбаланса.

1. Slyusar V. I., Voloshko S.V. A dual-polarization channels models of digital antenna arrays // International Conference on Antenna Theory and Techniques, 17-21 September, 2007, Sevastopol, Ukraine pp. 44168-4416889256.

2. Бакут П. А. Методы определения границ точности в задачах оценивания неизвестных параметров / П. А. Бакут, В. П. Логинов, Ю. П. Шумилов // Зарубежная радиоэлектроника. – 1978. – № 5. – С. 3–35.