

МОДЕЛЬ ОЦІНЮВАННЯ ДИСПЕРСІЙ ПОМИЛОК ДЕМОДУЛЯЦІЇ OFDM СИГНАЛІВ ПРИ ЗВ'ЯЗКУ З ВИСОКОШВИДКІСНИМИ ОБ'ЄКТАМИ

У статті запропоновано модель оцінювання амплітудних складових OFDM сигналів, отриманих за допомогою методів демодуляції, що враховують ефект нелінійних частотних спотворень, які виникають у піднесучих внаслідок обертання лінії візування передавача повідомлень за час приймання OFDM-пакета. Дана модель дозволяє ще на етапі проектування системи зв'язку із БПЛА визначити припустимий порядок QAM-модуляції OFDM і N-OFDM сигналів при передачі даних з борту високошвидкісних об'єктів.

Слюсар В.И., Остапчук В.Н., Симоненко А.А., Троцько А.А. Модель оценивания дисперсий ошибок демодуляции OFDM сигналов при связи с высокоскоростными объектами. В статье предложена модель оценивания амплитудных составляющих OFDM сигналов, полученных с помощью методов демодуляции, учитывающих эффект нелинейных частотных искажений, возникающих в поднесущих вследствие вращения линии визирования передатчика сообщений за время приема OFDM-пакета. Данная модель позволяет еще на этапе проектирования системы связи с БПЛА определить допустимый порядок QAM-модуляции OFDM и N-OFDM сигналов при передаче данных с борта высокоскоростных объектов.

V. Slyusar, V. Ostapchuk, O. Symonenko, O. Trotsko. Model for estimating error dispersions of OFDM signal demodulation when communicating with high-speed objects. The model for the amplitude components of the OFDM signals estimating obtained using demodulation methods taking into account the effect of nonlinear frequency distortions occurring in the subcarriers due to the rotation of the transmitter's line of sight during the OFDM packet reception was proposed in the article. At the design stage of a UAV communication system the proposed model allows to determine the acceptable order of QAM modulation of OFDM and N-OFDM signals when transmitting data from the high-speed objects.

Ключові слова: Orthogonal frequency-division multiplexing, безпілотний літальний апарат, ефект Доплера, девіація частоти, нижня границя Крамера-Рао, інформаційна матриця Фішера.

Постановка завдань досліджень. Активний розвиток безпілотних літальних апаратів (БПЛА) обумовлений рядом їх важливих переваг. У першу чергу, це відсутність екіпажу, відносно невелика вартість БПЛА, у порівнянні з пілотованою авіацією, малі витрати на їхню експлуатацію, можливість виконувати маневри з перевантаженням, що перевищує фізичні можливості людини, більші тривалість і дальність польоту через відсутність фактору втоми екіпажу й інші переваги в порівнянні з пілотованою авіацією. У військовій сфері застосування БПЛА є досить актуальним питанням, про що свідчить безліч прикладів в усьому світі і зокрема досвід проведення антитерористичної операції та операції об'єднаних сил на території Донецької та Луганської областей. Особливістю бойових дій на Сході нашої країни стало активне застосування протиборчими сторонами безпілотних авіаційних комплексів. Застосування БПЛА для виконання бойових та забезпечувальних місій в інтересах збройних сил пов'язане з необхідністю вирішення проблеми створення високошвидкісних захищених каналів передачі даних і управління сукупністю БПЛА, що одночасно виконують завдання на театрі воєнних дій в єдиному інформаційному просторі. Використання ширококутових сигналів ортогонального частотного мультиплексування (*Orthogonal frequency-division multiplexing, OFDM*) та неортогонального частотного мультиплексування (*non-orthogonal frequency division multiplexing, N-OFDM*) є перспективним напрямком створення високошвидкісних систем зв'язку з БПЛА [1, 2]. Реалізація потенційних можливостей такого підходу обмежена негативним впливом на пропускну здатність каналів зв'язку ефекту Доплера, що приводить до відхилення частот несучих від максимумів амплітудно-частотних характеристик фільтрів швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) [3]. У результаті цього виникає неконтрольована міжсимвольна інтерференція даних, що приводить до різкого зниження швидкості їх передачі. При зв'язку з високошвидкісними БПЛА проблема доплерівських зсувів піднесучих OFDM сигналів посилюється також спотворенням сигнальних відгуків по

виходах частотних фільтрів, обумовленим виникненням нелінійної девіації частот піднесучих [4]. Для вирішення цих завдань пропонується застосування методів компенсації ефекту Доплера як на передавальній так і на приймальній стороні [3], а також використання методів компенсації нелінійної девіації частоти сигналів *OFDM* [5, 6], що дозволить мінімізувати похибки демодуляції й підвищити швидкість обміну даними з бортовою апаратурою БПЛА та інших високошвидкісних літальних апаратів. Можливість використання для зв'язку з високошвидкісними об'єктами сигналів *OFDM*, безпосередньо, залежить від врахування при їх демодуляції ефекту нелінійної частотної модуляції, що виникає у піднесучих внаслідок обертання лінії візування передавача повідомлень за час прийому *OFDM*-пакета.

Аналіз останніх публікацій. Проведений аналіз існуючих публікацій показав, що ступінь впливу порушення ортогональності частот у *OFDM* символі, обумовлений ефектом Доплера при зв'язку з високошвидкісними об'єктами, менший при використанні меншої кількості піднесучих у символі, тобто при використанні модуляції меншого порядку [10 – 12]. В окремих публікаціях запропоновано алгоритми компенсації Доплерівського впливу при зв'язку з мобільними абонентами, що рухаються з швидкістю до 350 км/год [13 – 14], однак у літературі не розглядається компенсація нелінійної частотної модуляції, що виникає під час обертання лінії візування «пункт управління – БПЛА».

Метою даної статті є розробка моделі оцінювання дисперсій помилок демодуляції *OFDM* сигналів при зв'язку з високошвидкісними об'єктами.

Виклад основного матеріалу. Як відомо, для аналізу потенційної точності оцінювання якого-небудь сигнального параметра можна скористатися розрахунками нижньої границі Крамера-Рао (НГКР) [4, 5] для дисперсії його незміщеної оцінки. Тож, для аналізу потенційної точності оцінювання амплітудних складових *OFDM* сигналів за допомогою методів демодуляції, що враховують ефект нелінійних частотних спотворень, які виникають у піднесучих внаслідок обертання лінії візування передавача повідомлень за час приймання *OFDM*-пакета, пропонується використовувати цей метод для дисперсій оцінок амплітуд.

Відповідно до відомих методик формування НГКР, вона може бути отримана як вектор діагональних елементів матриці, сформованої в результаті обернення інформаційної матриці Фішера $|I|$, що має, у випадку обробки відліків комплексних напруг, безпосередньо, по виходах квадратурних АЦП, наступний вигляд [6, 7]:

$$|I| = \begin{bmatrix} |B_{11}| & |C_{12}| & \dots & |C_{1M}| \\ |C_{21}| & |B_{22}| & \dots & |C_{2M}| \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ |C_{M1}| & |C_{M2}| & \dots & |B_{MM}| \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\text{де } |B_{nn}| = \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{bmatrix}, |C_{nm}| = \begin{bmatrix} \sum_{s=0}^{S-1} \cos(p_{sm} - p_{sn}) & -\sum_{s=0}^{S-1} \sin(p_{sm} - p_{sn}) \\ \sum_{s=0}^{S-1} \sin(p_{sm} - p_{sn}) & \sum_{s=0}^{S-1} \cos(p_{sm} - p_{sn}) \end{bmatrix}, |C_{nm}| = |C_{nm}^T|, n=1, 2, \dots, M;$$

$$m=1, 2, \dots, M; p_{sm} = \omega_m \Delta t (s-1) - \omega_{0m} R_s / c;$$

$R_s = \sqrt{R_0^2 - 2VR_0(s-1)\Delta t \cos \varepsilon + V^2 \Delta t^2 (s-1)^2}$ (при прямолінійному рівномірному русі БПЛА); R_0 – значення похилої дальності до передавального об'єкта на момент початку накопичення відліків *OFDM* сигналу;

V – абсолютне значення вектора відносної швидкості руху передавача;

ε – кут його місця на момент початку накопичення;

ω_m – частота m -ї піднесучої на момент її аналого-цифрового перетворення;

ω_{0m} – частота m -ї, піднесучої під час відсутності доплерівського ефекту;

Δt – період дискретизації АЦП;

c – швидкість світла;

M – кількість пілот-сигналів;

S – загальна кількість часових відліків, що зазнають обробки ($S \geq M$);

U_s^c, U_s^s – квадратурні складові напруг сигналу в s -му часовому відліку по виходу АЦП,

s – його порядковий номер.

Вираз для вектора дисперсій оцінок квадратурних складових амплітуд сигналів σ_a^2 може бути записаний у вигляді нерівності Крамера-Рао:

$$\sigma_a^2 \geq \sigma_{\text{ш}}^2 \text{diag}(|I^{-1}|),$$

де $\sigma_{\text{ш}}^2$ – дисперсія шумів у квадратурній складовій напруг сигналу по виходу АЦП,

$\text{diag}(|Z|)$ – вектор, складений з діагональних елементів квадратної матриці $|Z|$.

Вираз для інформаційної матриці (1), отриманий відносно комплексного представлення напруг сигнальної суміші у випадку формування вектора амплітуд на основі квадратурних складових:

$$|A| = [a_1^c \quad a_1^s \quad a_2^c \quad a_2^s \quad \dots \quad a_M^c \quad a_M^s]^T.$$

Альтернативний підхід полягає у використанні комплексного вектора амплітуд:

$$|A| = [\dot{a}_1 \quad \dot{a}_2 \quad \dots \quad \dot{a}_M]^T,$$

коли мінімізуємий функціонал правдоподібності може бути представлений у матричному вигляді в такий спосіб [8]:

$$|L| = (|U| - |P||A|)^* (|U| - |P||A|), \quad (2)$$

де $|U| = \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \vdots \\ \dot{U}_s \end{bmatrix}$ – вектор комплексних напруг,

$$|P| = \begin{bmatrix} \exp(jp_{11}) & \exp(jp_{12}) & \dots & \exp(jp_{1M}) \\ \exp(jp_{21}) & \exp(jp_{22}) & \dots & \exp(jp_{2M}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \exp(jp_{s1}) & \exp(jp_{s2}) & \dots & \exp(jp_{sM}) \end{bmatrix}, \quad |A| = \begin{bmatrix} \dot{a}_1 \\ \dot{a}_2 \\ \vdots \\ \dot{a}_M \end{bmatrix}, \quad p_{sm} = \omega_m \Delta t (s-1) - \omega_{0m} R_s / c.$$

Для такої сигнальної моделі при спільному оцінюванні амплітуд і доплерівських частот сигналів, виражених через частоту одного з них, інформаційна матриця Фішера, аналогічно радіолокаційним завданням [9], запишеться у вигляді:

$$|I| = \frac{1}{\sigma_{\text{ш}}^2} \cdot \left[\begin{array}{c|c} |P^*| \cdot |P| & (|A^*| \otimes |P^*|) \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} \\ \hline \left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^* \cdot (|A| \otimes |P|) & \left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^* \cdot (|A||A^*| \otimes 1_s) \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} \end{array} \right], \quad (3)$$

де $\left\{ (|A^*| \otimes |P^*|) \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right\}^* = \left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^* \cdot (|A| \otimes |P|)$,

$$\left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^* \cdot (|A||A^*| \otimes 1_s) \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} = \sum_{s=1}^S \left\{ \sum_{m=1}^M \dot{a}_m p'_{sm} \exp(-jp_{sm}) \right\} \left\{ \sum_{m=1}^M a_m^* p'_{sm} \exp(jp_{sm}) \right\},$$

$$|P^*||P| = \begin{bmatrix} S & \sum_{s=1}^S \exp[j(p_{s2} - p_{s1})] & \cdots & \sum_{s=1}^S \exp[j(p_{sM} - p_{s1})] \\ \sum_{s=1}^S \exp[j(p_{s1} - p_{s2})] & S & \cdots & \sum_{s=1}^S \exp[j(p_{sM} - p_{s2})] \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \sum_{s=1}^S \exp[j(p_{s1} - p_{sM})] & \sum_{s=1}^S \exp[j(p_{s2} - p_{sM})] & \cdots & S \end{bmatrix},$$

$$(|A^*| \otimes |P^*|) \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} = \begin{bmatrix} \sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M j \cdot a_m^* \cdot p'_{sm} \exp[j(p_{sm} - p_{s1})] \\ \sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M j \cdot a_m^* \cdot p'_{sm} \exp[j(p_{sm} - p_{s2})] \\ \vdots \\ \sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M j \cdot a_m^* \cdot p'_{sm} \exp[j(p_{sm} - p_{sM})] \end{bmatrix}.$$

Оцінки дисперсій квадратурних складових амплітуд σ_a^2 та частот σ_ω^2 сигналів, що цікавлять, знаходяться шляхом обернення матриці (3):

$$\sigma_a^2 \geq \sigma_w^2 \cdot \left| \left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^* \cdot (|A||A^*| \otimes 1_S) \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right| \cdot \left| \begin{array}{c|c} |P^*||P| & (|A^*| \otimes |P^*|) \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} \\ \hline \left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^* \cdot (|A| \otimes |P|) & \left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^* \cdot (|A||A^*| \otimes 1_S) \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} \end{array} \right|^{-1}, \quad (4)$$

$$\sigma_\omega^2 \geq \sigma_w^2 \cdot \|P^*||P|\| \cdot \left| \begin{array}{c|c} |P^*||P| & (|A^*| \otimes |P^*|) \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} \\ \hline \left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^* \cdot (|A| \otimes |P|) & \left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^* \cdot (|A||A^*| \otimes 1_S) \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} \end{array} \right|^{-1}. \quad (5)$$

При одиночному сигналі $M=1, i$

$$|P^*||P| = |S|, \quad (|A^*| \otimes |P^*|) \frac{\partial |P|}{\partial \omega} = ja_1^* \sum_{s=1}^S p'_{s1}, \quad \left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^* (|A| \otimes |P|) = -ja_1 \sum_{s=1}^S p'_{s1},$$

$$\left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^* \cdot (|A||A^*| \otimes 1_S) \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} = \sum_{s=1}^S a_1^2 p_{s1}'^2, \quad p'_{s1} = \frac{\partial p_{sm}}{\partial \omega} = k_m \Delta t (s-1), \quad k_m \quad - \quad \text{коєфіцієнт}$$

нормування доплерівської частоти m -го пілот-сигналу до частоти реперного сигналу.

Звідси,

$$\sigma_\omega^2 \geq \frac{\sigma_w^2}{a_1^2} \left(\sum_{s=1}^S p_{s1}'^2 - \frac{1}{S} \left(\sum_{s=1}^S p_{s1}' \right)^2 \right)^{-1}.$$

При безквадратурній обробці сигналів, що супроводжується дійсним представленням їх напруг по виходу АЦП, матричний запис вектора відліків модифікується до відомого вигляду [9]:

$$|U| = |P| \cdot |A|, \quad (6)$$

де $|U| = [U_1 \ U_2 \ \cdots \ U_S]^T$ – вектор дійсних відліків напруг сигнальної суміші;

$|A| = [a_1^c \ a_1^s \ a_2^c \ a_2^s \ \cdots \ a_M^c \ a_M^s]^T$ – вектор квадратурних складових амплітуд сигналів,

$$|P| = \begin{bmatrix} \cos p_{11} & -\sin p_{11} & \cos p_{12} & -\sin p_{12} & \cdots & \cos p_{1M} & -\sin p_{1M} \\ \cos p_{21} & -\sin p_{21} & \cos p_{22} & -\sin p_{22} & \cdots & \cos p_{2M} & -\sin p_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \cos p_{S1} & -\sin p_{S1} & \cos p_{S2} & -\sin p_{S2} & \cdots & \cos p_{SM} & -\sin p_{SM} \end{bmatrix}$$

Підстановка вектора напруг (6) у мінімізуємий функціонал (2) дозволяє використовувати в якості інформаційної матриці Фішера, що відповідає даній моделі сигналу при спільному оцінюванні амплітуд і частот піднесучих, вираз (3), у якому операція комплексного сполучення повинна бути замінена транспонуванням матриць, тобто [9]:

$$|I| = \frac{1}{\sigma_{\omega}^2} \cdot \begin{bmatrix} |P^T| \cdot |P| & \langle A^T | \otimes |P^T\rangle \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} \\ \left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^T \cdot \langle A | \otimes |P\rangle & \left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^T \cdot \langle A | A^T | \otimes 1_S \rangle \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

де $\left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^T \cdot \langle A | A^T | \otimes 1_S \rangle \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} = \sum_{s=1}^S \left\{ \sum_{m=1}^M a_m p'_{sm} \sin(p_{sm} + \varphi_m) \right\}^2$, $p'_{sm} = k_m \Delta t (s-1)$,

$$\left\{ \langle A^T | \otimes |P^T\rangle \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right\}^T = \left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^T \cdot \langle A | \otimes |P\rangle$$

$$\langle A^T | \otimes |P^T\rangle \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} = \begin{bmatrix} |T_1| \\ |T_2| \\ \vdots \\ |T_M| \end{bmatrix}, \quad |T_n| = \begin{bmatrix} -\sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M a_m p'_{sm} \cos p_{sn} \sin(p_{sm} + \varphi_m) \\ \sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M a_m p'_{sm} \sin p_{sn} \sin(p_{sm} + \varphi_m) \end{bmatrix}$$

Шукані границі дисперсій σ_{ω}^2 , σ_a^2 знаходяться у результаті обернення матриці (7). У підсумку, для одиночного сигналу одержимо:

$$|P^T| |P| = \begin{bmatrix} \sum_{s=1}^S \cos^2 p_{sn} & -0,5 \cdot \sum_{s=1}^S \sin 2p_{sn} \\ -0,5 \cdot \sum_{s=1}^S \sin 2p_{sn} & \sum_{s=1}^S \sin 2p_{sn} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\langle A^T | \otimes |P^T\rangle \frac{\partial |P|}{\partial \omega} = \begin{bmatrix} -\sum_{s=1}^S a_1 p'_{s1} \cos p_{s1} \sin(p_{s1} + \varphi_1) \\ \sum_{s=1}^S a_1 p'_{s1} \sin p_{s1} \sin(p_{s1} + \varphi_1) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial |P|}{\partial \omega} \right)^T \cdot \langle A | A^T | \otimes 1_S \rangle \cdot \frac{\partial |P|}{\partial \omega} = \sum_{s=1}^S \{ a_1 p'_{s1} \sin(p_{s1} + \varphi_1) \}^2. \quad (10)$$

Звідси, у результаті нескладних перетворень, можна прийти до відомої оцінки дисперсії помилки вимірювання частоти по одиночному гармонійному впливу.

Висновки. Для підвищення пропускної здатності каналів зв'язку, з використанням ортогональної та неортогональної частотної дискретної модуляції сигналів при забезпеченні обміну інформацією з високошвидкісними абонентами, важливу роль відіграє врахування потенційно досяжної точності оцінювання величини доплерівських зсувів частот піднесучих. Розраховані за співвідношеннями (8 – 10) для НГКР оцінки дисперсій амплітуд дозволяють ще на етапі проектування каналу зв'язку із БПЛА визначити припустимий

порядок *QAM*-модуляції *OFDM* і *N-OFDM* сигналів при передачі даних з борту високошвидкісних об'єктів, та адаптивної її зміни. У ході подальших досліджень буде проведено оцінку ефективності запропонованої моделі, для вибору порядку модуляції при організації каналів зв'язку з БПЛА на різних швидкостях руху.

ЛІТЕРАТУРА

1. Польшин А.В., Ле Х.Т. Исследование характеристик радиоканала связи с беспилотными летательными аппаратами. Известия ТулГУ. Технические науки. 2013. Вып. 7. Ч. 2. С. 98 –107
2. Слюсар В.І., Троцько О.О. Підвищення пропускної здатності каналів зв'язку в телекомунікаційних системах динамічної структури з використанням БПЛА. Науково-практична конференція “Актуальні проблеми розвитку авіаційної техніки”. Тези доповідей та виступів. Київ, 2009. С. 102.
3. Слюсар В.І., Троцько О.О. Методи забезпечення гарантоздатного зв'язку з БПЛА з врахуванням ефекту Доплера. Радіоелектронні і комп'ютерні системи. –Харків, 2009, № 7 (41). С. 280 – 282.
4. Слюсар В.І., Троцько О.О. Нелінійна частотна модуляція *OFDM* сигналів при зв'язку з високошвидкісними літальними апаратами. Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони. 2015. № 1 (22).– С. 118 – 124.
5. Фалькович С.Е., Хомяков Э.Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. – М. 1981. 288 с.
6. Бакут П. А., Логинов В. П., Шумилов Ю. П. Методы определения границ точности в задачах оценивания неизвестных параметров. 1978. № 5. С. 3 – 35.
7. Слюсар В. И. Методика формирования информационной матрицы Фишера на основе матричной производной. Научно-технический сборник № 2. Киев, 1995. С. 121 – 129.
8. А.А. Костылев, П.В. Миляев, Ю.Д. Дорский и др. Статистическая обработка результатов экспериментов на микро-ЭВМ и программируемых калькуляторах. Л., Энергоатомиздат. 1991. – 304 с.
9. Слюсар В.И. Метод анализа потенциальной точности многокоординатных радиолокационных измерений. Известия вузов. Сер. Радиоэлектроника. 2000. Том 43, № 1. С. 68 – 75.
10. Сундучков А.К., Поляков М.В., Сундучков К.С. Оценка межканальных помех при влиянии эффекта Доплера. Вісник Національного університету "Львівська політехніка". 2012. № 738. С. 149–155.
11. Польшин А.В., Ле Х.Т. Влияние Эффекта Доплера на эффективность передачи *OFDM* сигналов в системах связи с беспилотными летательными аппаратами. Известия ТулГУ. Технические науки. 2014. Вып. 1. С. 28 – 36.
12. Шорин О.А., Аверьянов Р.С. Оптимизация ансамбля *OFDM*-сигналов в сетях мобильной связи. Электросвязь. 2017. № 2. С. 41 –46.
13. Шорин О.А., Бокк Г.О. Эквалайзер для коррекции мультидоплеровских искажений *OFDM*-сигналов в сетях *LTE* и *McWILL*. Электросвязь. 2017. № 1. С. 28–34.
14. Грицутенко С.С., Сидоренко А.С. Компенсация эффекта доплера в *OFDM*-сигнале. Известия Транссиба Омский гос. ун-т путей сообщения. 2012. № 3. С. 100 – 105.